GYMNÁZIUM RUMBURK

SBÍRKA

MATURITNÍCH ÚLOH
Z
MATEMATIKY

Úlohy označené * jsou určené studentům matematicko-technického a přírodovědného bloku.

Maturitní témata

1) Početní řešení trojúhelníků

2) Obvody a obsahy rovinných útvarů

3) Konstrukční úlohy

4) Úpravy algebraických a číselných výrazů

5) Lineární a kvadratické rovnice a nerovnice

6) Soustavy rovnic a nerovnic

7) Rovnice s neznámou pod odmocninou, rovnice a nerovnice s neznámou ve jmenovateli

8) Exponenciální a logaritmické rovnice

9) Goniometrické rovnice

10) Funkce kvadratická, nepřímá úměrnost a lineární lomená

11) Mocninné funkce a jejich inverze

12) Exponenciální a logaritmické funkce

13) Goniometrické funkce a výrazy

14) Absolutní hodnota

15) Operace s vektory

16) Analytická vyjádření lineárních útvarů

17) Analytická geometrie rovinných obrazců

18) Kuželosečky

19) Přímka a kuželosečka

20) Stereometrie – polohové úlohy, řezy

21) Stereometrie – metrické úlohy

22) Povrchy a objemy těles

23) Matematická logika

24) Posloupnosti

25) Kombinatorika a pravděpodobnost

1) Početní řešení trojúhelníků

(Pythagorova věta, Euklidovy věty, sinová a kosinová věta, goniometrické funkce ostrého úhlu v pravoúhlém trojúhelníku)

1. Vypočítejte zbývající prvky (a, b, c, c_a, c_b, v, α, β) v pravoúhlém Δ ABC (s pravým úhlem při vrcholu C), je-li dáno: a) c = 10 cm, c_a = 7 cm
b) b = 5 cm, c = 13 cm
c) a = 5 cm, α = 30°.

2. Určete délky všech stran a velikosti všech vnitřních úhlů Δ ABC, je-li dáno:
a) a = 3 cm, b = 4 cm, c = 6 cm
b) a = 10 cm, α = 35°, β = 52°
c) b = 8 cm, a = 5 cm, α = 26°55′.

3. Je dán Δ ABC, ve kterém b = 12 cm, c = 9 cm, t_b = 7,5 cm. Vypočítejte: a) velikost α, b) délku a.

4. Dopočítejte zbývající strany v pravoúhlém Δ ABC s přeponou c, v němž t_a = 13 cm, a = 10 cm.

5. V rovnostranném Δ ABC vyjádřete **v** (výšku), **r**, **ρ** (poloměry kružnice opsané a vepsané) v závislosti na délce strany **a**.

6. Vypočítejte délky úhlopříček v rovnoběžníku ABCD, ve kterém a = 25 cm, b = 16 cm, β = 60°.

7*. Odvoďte vztah mezi délkou strany **a** a poloměrem **ρ** kružnice vepsané a délkou strany **a** a poloměrem **r** kružnice opsané v pravidelném n-úhelníku.

8*. V pravoúhlém Δ ABC mají odvěsny délky 12 cm a 16 cm. Určete poloměry **r** a **ρ** kružnice opsané a vepsané danému trojúhelníku.

2) Obvody a obsahy rovinných útvarů

(vztahy pro obvody a obsahy obrazců)

1. V Δ ABC platí: c = 8 cm, b = 5 cm, α = 30°. Vypočítejte obsah ΔABC a jeho výšky v_a, v_b, v_c.

2. Vypočítejte obsah rovnoramenného lichoběžníku se základnami délek 13 cm a 7 cm a rameny délky 5 cm.

3. Vypočítejte délku strany, obvod a obsah pravidelného 5-úhelníku, který je vepsán do kružnice o poloměru r = 4 cm.

4. Vypočítejte obsah trojúhelníku se stranami délek 4 cm, 5 cm a 7 cm.

5. Vypočítejte obsah rovnoramenného Δ se základnou 6 cm a úhlem při základně 30°.

6. Určete délky stran obdélníku, je-li jeho obsah 54 cm^2 a obvod 30 cm.

7. Obvod kruhové výseče, která je částí kruhu o poloměru 10 cm, je 35 cm. Vypočítejte její obsah.

8*. Určete obsah pravoúhlého lichoběžníku se základnami délek 33 cm a 9 cm, je-li kosé rameno o 18 cm delší, než kolmé rameno.

9*. Vzdálenost tětivy od středu kružnice je 4 cm, příslušný středový úhel má velikost 120°. Vypočítejte obvod a obsah kruhové výseče s příslušným středovým úhlem.

10*. Vypočítejte obsah mezikruží omezeného kružnicí opsanou a vepsanou rovnostrannému Δ ABC se stranou a = 4 cm.

11*. Vypočítejte obsah rovinného obrazce, který je omezen:

a) grafem funkce *f*: $y = x^2 - 2x + 2$ a osou x v intervalu $\langle 0;3 \rangle$

b) grafy funkcí *f*: $y = -x^2 + 2x + 3$ a *g*: $y = x + 1$

3) Konstrukční úlohy

(základní prvky trojúhelníků a čtyřúhelníků a jejich vlastnosti, typy a struktura konstrukčních úloh, zobrazení a jejich užití, konstrukce na základě výpočtu, tečny ke kružnici)

1. Sestrojte všechny Δ ABC, pro které platí:
   a) $a = 6$ cm, $t_a = 2{,}5$ cm, $\gamma = 60°$
   b) $c = 7$ cm, $v_a = 6{,}5$ cm, $\alpha = 30°$
   c) $c = 4$ cm, $b = 3{,}5$ cm, $t_a = 3$ cm
   d) $\gamma = 75°$, $v_a = 3{,}5$ cm, $r = 2{,}5$ cm (poloměr kružnice opsané)

2. Je dána úsečka CC_1, $|CC_1| = 5$ cm. Sestrojte všechny Δ ABC, pro které platí $\beta = 60°$, $c = 4$ cm a
   a) CC_1 je v Δ ABC výškou v_c b) CC_1 je v Δ ABC těžnicí t_c

3. Sestrojte: a) kosočtverec ABCD, kde $e = |AC| = 7$ cm a $v = 5$ cm
   b) čtyřúhelník ABCD, kde $|AB| = 7$ cm, $|AC| = 8$ cm, $|BD| = 5$ cm, $|\sphericalangle ADC| = 150°$, $|\sphericalangle BAD| = 45°$
   c) čtyřúhelník ABCD, kde $|BC| = 5{,}5$ cm, $|AC| = 6$ cm, $|CD| = 4{,}5$ cm, $|\sphericalangle ADC| = 90°$, $|\sphericalangle BAC| = 50°$

4. Sestrojte lichoběžník ABCD, se základnami AB, CD, pro který platí:
   a) jsou dány všechny jeho strany
   b) $a = 6$ cm, $\alpha = 60°$, $v = 3{,}5$ cm, $b = 4$ cm

5*. Sestrojte Δ ABC, pro který platí: a) $a + b = 10$ cm, $c = 5$ cm, $v_a = 3$ cm
   b) $b + c = 14$ cm, $\alpha = 80°$, $\gamma = 45°$
   c) $a : b = 2 : 3$, $\gamma = 50°$, $v_c = 5$ cm
   d) $a : b : c = 7 : 4 : 5$, $v_b = 4$ cm

6. Je dán libovolný Δ KLM a bod S ležící vně Δ. Sestrojte Δ K´L´M´, pro který platí:
   a) R(S; - 70°): Δ KLM $\rightarrow$ Δ K´L´M´
   b) H(S; - 2/3): Δ KLM $\rightarrow$ Δ K´L´M´

7. Jsou dány úsečky délek 1, a, b ($1 < a < b$). Sestrojte úsečky délek:
   $\sqrt{8}, \sqrt{11}, \sqrt{12}, \sqrt{13}, \sqrt{14}, \sqrt{15}, \sqrt{b^2 + a^2}, \sqrt{b^2 - a^2}, \sqrt{ab}, \frac{a}{b}, 3a, 2b - a$

8. Úsečku AB o velikosti 7 cm rozdělte:
   a) bodem X na dvě části tak, aby platilo $|AB| : |AX| = 4 : 3$
   b) body K a L tak, aby platilo $|AK| : |KL| : |LB| = 3 : 1 : 2$

9. Je dána kružnice k(O;3 cm) a bod M, $|OM| = 5$ cm. Sestrojte všechny tečny z bodu M ke kružnici k.

10*. Sestrojte společné tečny kružnic $k(S_1;4\text{ cm})$ a $l(S_2;2\text{ cm})$, kde $|S_1S_2| = 7$ cm.

4) Úpravy algebraických a číselných výrazů

*(mnohočleny – početní operace, rozklad na součin, lomené výrazy – úpravy, definiční obor, výrazy s mocninami a odmocninami – úpravy, usměrňování zlomků; *komplexní čísla – početní operace s čísly v algebraickém a goniometrickém tvaru)*

1. Vydělte a určete, kdy má dělení smysl:
   a) $(8x^3 - 10x^2 - 13x + 15) : (2x - 3)$
   b) $(5x^5 + 7x^4 - 20x^3 - 11x^2 + 23x - 6) : (x^2 + x - 3)$

c) $(1 - 8x^2 - 4x^3 + 3x^4 - 4x^5 + 12x^6) : (x^2 + 1)$
d) $(x^4 - x^3 + 2x^2 + 3) : (x^2 - x + 1)$

2. Rozložte na součin (maximálně):

a) $ax^2 - bx^2 + bx - ax$
b) $a^5 - a^3 + a^2 - 1$
c) $xz - yz - x^2 + 2xy - y^2$
d) $2a^5 - 2a$
e) $2a^4 - 2a$
f) $27r^4 + r$
g) $x^6 - y^6$
h) $16x^2 - 25$
i) $15x^2 - 30x$
j) $x^2 - x - 6$
k) $4x^2 + 4x + 1$
l) $-x^2 + 7x + 8$

3. Zjednodušte a určete podmínky:

$a)\ \dfrac{m^3+3m^2n+3mn^2+n^3}{m^2+2mn+n^2}$ $e)\ \dfrac{x^3-xy^2}{4x^2-8xy+4y^2}$

$b)\ \dfrac{x^2-x-30}{36-x^2}$ $f)\ \dfrac{4z^2+4z-24}{z^4-9z^2}$

$c)\ \dfrac{3uv+9v-2u-6}{3uv-2u-9v+6}$ $g)\ \dfrac{a^2+b^2-c^2-2ab}{a^2-b^2+c^2-2ac}$

$d)\ \dfrac{3a^3+ab^2-6a^2b-2b^3}{9a^5-ab^4-18a^4b+2b^5}$ $h)\ \dfrac{r^5-r^3s^2-r^2s^3+s^5}{r^3+2r^2s+2rs^2+s^3}$

4. Proveďte a určete podmínky:

$a)\ \dfrac{2m-n}{m-n}+\dfrac{m}{n-m}$ $b)\ \dfrac{3}{a-1}-\dfrac{3}{a^2-a}$ $c)\ \dfrac{3+2x}{2-x}-\dfrac{2-3x}{2+x}+\dfrac{x(16-x)}{x^2-4}$

$d)\ \dfrac{1-x^2}{x^3-1}\cdot\left(\dfrac{x+1}{x}-\dfrac{1}{x+1}\right)$ $e)\ \left(\dfrac{1}{n-1}-\dfrac{3}{n^3-1}-\dfrac{3}{n^2+n+1}\right)\cdot\left(n+\dfrac{2n+1}{n-1}\right)$

$f)\ \left(1-\dfrac{x^2}{x^2-1}\right):\left(\dfrac{x+2}{x+1}-1\right)$ $g)\ \left[\left(\dfrac{s}{r-s}+\dfrac{r}{r+s}\right)\cdot\left(\dfrac{r^2}{s^2}+\dfrac{s^2}{r^2}-2\right)\right]:\dfrac{r^4-s^4}{r^2s^2}$

$h)\ \dfrac{x-\dfrac{4}{x}}{\dfrac{4}{x}+2}$ $i)\ 1+\dfrac{2}{1-\dfrac{2}{1+\dfrac{2}{x}}}$

5. Zjednodušte pro přípustné hodnoty proměnných:

$a)\ \sqrt{a.\sqrt[3]{a}.\sqrt[4]{a}}$ $b)\ 5^{\sqrt{3}}.5^{1-\sqrt{3}}$ $c)\ \left(2^{\sqrt{3}-\sqrt{5}}\right)^{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ $d)\ \left(2\dfrac{1}{2}\right)^6\cdot\left(\dfrac{2^{-1}}{5}\right)^4$ $e)\ \left[1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-3}\right]^2$

$f)\ \dfrac{a^3}{2^2}-\left(\dfrac{2}{a}\right)^{-3}$ $g)\ \sqrt{2a^3}\cdot\sqrt{18a}$ $h)\ \left(a^2b\right)^3.\left(ab^3\right)^{-3}$ $i)\ \left[x^3\cdot\left(\dfrac{3}{x}\right)^4\cdot\left(\dfrac{x^2}{9}\right)^{-3}\cdot\dfrac{1}{81}\right]^{-1}$

6. Usměrněte zlomky: $a)\ \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ $b)\ \dfrac{1}{1+\sqrt{2}}$ $c)\ \dfrac{8}{3-\sqrt{5}}$

7. Částečně odmocněte: $\sqrt{12}, \sqrt{18}, \sqrt[3]{54}, \sqrt{200}, \sqrt[3]{16}, \sqrt{147}, \sqrt[3]{128}, \sqrt{32}, \sqrt{80}, \sqrt{98}$

8*. Usměrněte zlomky: $a)\ \dfrac{2}{\sqrt[3]{2}}$ $b)\ \dfrac{1}{\sqrt[3]{25}}$ $c)\ \dfrac{4}{\sqrt{6+2\sqrt{5}}}$ $d)\ \dfrac{1+3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ $e)\ \dfrac{3}{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}}$

9*. Určete, pro které hodnoty proměnné nabývá výraz celočíselných hodnot:

$a)\quad \left(\dfrac{y+1}{y^2+1-2y}+\dfrac{1}{y-1}\right):\dfrac{y}{y-1}$ $\qquad b)\quad \left(\dfrac{1}{z+1}-\dfrac{2z}{z^2-1}\right)\cdot\left(\dfrac{1}{z}-1\right)+\dfrac{3z-1}{z^2+z}$

10*. Vypočtěte a výsledek zapište v algebraickém tvaru:

$a)\quad (3+2i)(5-3i)$ $\qquad b)\quad (i^2)^8-i^{13}$ $\qquad c)\quad 3(\sin 30°+i\cos 30°)\cdot 6(\sin 60°+i\cos 60°)$ $\qquad d)\quad \dfrac{3+2i}{6-5i}$

5) Lineární a kvadratické rovnice a nerovnice

*(úpravy a obory rovnic, typy kvadratických rovnic a metody řešení, úpravy a metody řešení nerovnic, rovnice s parametrem, rovnice řešené substitucí, vyjádření neznámé ze vzorce; *rovnice s parametrem)*

1. Řešte v R: $a)\quad \dfrac{3+2x}{2}-\left(\dfrac{7}{6}-\dfrac{12x-1}{3}\right)=5x$ $\qquad b)\quad \dfrac{3x-1}{3}-(x-1)=\dfrac{3x-2}{6}-\dfrac{x}{2}$

$c)\quad \dfrac{3-x}{2}-\left(\dfrac{7-x}{3}-\dfrac{x+3}{4}\right)+\dfrac{7-x}{6}-\dfrac{9+7x}{8}+x=0$

2.Řešte v R: a) $x^2-11x+30=0$ e) $12x^2-17x+7=0$ i) $-2x^2+x=0$
b) $x^2+10x-11=0$ f) $5x^2-18x-8=0$ j) $9x^2-25=0$
c) $x^2+x+12=0$ g) $9x^2-12x+9=0$ k) $-x^2-16=0$
d) $x^2-3x-108=0$ h) $5x^2-6x+2=0$ l) $x^2+10x+25=0$

3.Řešte v R: a) $4(z-1)-z(z-1)=0$ c) $a(3a-5)+7(5-3a)=0$
b) $(2x+7)(x+11)+(x+5)(x+11)=0$ d) $x(x-2)+(x-2)(x+2)=0$

4.Řešte v R užitím substituce: a) $x^4-3x^2+2=0$ c) $x^4+5x^2+4=0$
b) $x^4-12x^2+27=0$ d) $x^6+9x^3+8=0$

5.Řešte v R: $a)\quad \dfrac{2}{5}x+6\le 2-\dfrac{1}{10}x$ $\qquad d)\quad \dfrac{7}{3}x-\dfrac{11}{6}(x+3)\ge\dfrac{x-13}{2}-\dfrac{1-3x}{5}$

$b)\quad \dfrac{4}{3}x-\dfrac{2}{5}\ge 0$ $\qquad e)\quad \dfrac{3+5x}{2}-\dfrac{1-3x}{3}\ge\dfrac{7}{6}(1+3x)$

c) $4x-5(2x+3)<-3(2x+4)$ f) $6-4x+2(3x-1)>2x+5$

6.Řešte v R: a) $-x^2-x+12>0$ e) $x^2-8x+16>0$
b) $x^2-x-6\ge 0$ f) $x^2+2x+4<0$
c) $x^2+2x-63>0$ g) $x^2+14x+49\le 0$
d) $x^2-5x+6\le 0$ h) $5x-x^2\ge 0$

7. Řešte v N: a) $6-2(x+5)<3x+3(1-2x)$ b) $2(3-2x)+3(x-2)\le 3-(2+3x)$

$c)\quad \dfrac{2+3x}{4}-\dfrac{x+2}{2}\le\dfrac{3x-1}{6}$

8.Vyjádřete neznámou *x* ze vzorce: $a)\quad \dfrac{a}{x+1}=\dfrac{2a+1}{x-1}$ $\qquad b)\quad y=\dfrac{2+x}{3-x}$

9*. Řešte v C: a) $x^2+9=0$ b) $x^2+2x+5=0$ c) $5x^2-6x+2=0$

10*. Řešte v R rovnice s parametrem a є R: a) $15x-7a=2+6a-3ax$
b) $(a-1)x^2-2(a+1)x+(a-2)=0$
c) $x^2-2ax+2a^2-9=0$

6) Soustavy rovnic a nerovnic

(metody řešení soustav)

1. Řešte v R^2:

a) $$\begin{aligned} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y &= 2 \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}y &= 6 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}y &= \frac{1}{4} \\ \frac{1}{5}x - \frac{3}{4}y &= -\frac{16}{5} \end{aligned}$$

c) $$\begin{aligned} 2x + y &= 3 \\ 3x - \frac{1}{4}y &= 1 \end{aligned}$$

d) $$\begin{aligned} \frac{2x+3y}{x} &= \frac{3}{2} \\ \frac{3x+2y}{y} &= -16 \end{aligned}$$

e) $$\begin{aligned} 2{,}4x - 3y &= -3(y - 0{,}8x) + 1 \\ 5x + 1{,}7y &= 0 \end{aligned}$$

f) $$\begin{aligned} 4x - 2(3x - 2y) + 6 &= [3x + (2x + 3y - 3)]\cdot 2 \\ -[2(-y - 3x)] + 2 &= (2x + y) + 2(4x + y) \end{aligned}$$

g) $$\begin{aligned} \frac{6x+3y}{6x-3y} &= \frac{1}{3} \\ \frac{2x+4y}{x+5y} &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

h) $$\begin{aligned} \frac{2}{x} - \frac{5}{y} &= 0 \\ 5x - 2y &= 1 \end{aligned}$$

i) $$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} &= \frac{2}{x} \\ x + y &= 2 \end{aligned}$$

2. Řešte početně i graficky:

a) $$\begin{aligned} 3x - 2y &= 4 \\ x + 3y &= 5 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} x - y &= 5 \\ 2x + y &= 1 \end{aligned}$$

3. Řešte v R^3:

a) $$\begin{aligned} 3x + y - z &= 7 \\ x + 2y - 5z &= 15 \\ 3x + 5y + 2z &= 9 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} x + y - z &= 5 \\ 2x + 2y - 2z &= 7 \\ x - 3y + 5z &= 15 \end{aligned}$$

c) $$\begin{aligned} x + y - 2z &= -1 \\ 4x + 3y - 3z &= -1 \\ 5x + y + 5z &= 2 \end{aligned}$$

d) $$\begin{aligned} x + y - z &= 17 \\ x + z - y &= 13 \\ y + z - x &= 7 \end{aligned}$$

e) $$\begin{aligned} x + y - 2z &= 0 \\ 2x + 2y - 3z &= 1 \\ 5x + 5y - 9z &= 1 \end{aligned}$$

4. Řešte v R^2:

a) $$\begin{aligned} 5x^2 - x - y^2 &= 44 \\ y - 2x &= 8 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} (x + y)^2 - x(2y - 1) + y &= 18 \\ (x - y)(x + y + 1) &= 6 \end{aligned}$$

c) $$\begin{aligned} 2x^2 - y^2 - 2x - 5 &= 0 \\ 3x - y - 5 &= 0 \end{aligned}$$

d) $$\begin{aligned} x^2 + xy - 25 &= 0 \\ 2x + 3y - 10 &= 0 \end{aligned}$$

e) $$\begin{aligned} 4x^2 + y^2 &= 20 \\ 2x + y - 6 &= 0 \end{aligned}$$

f) $$\begin{aligned} y^2 - 2x + 3 &= 0 \\ x - y - 1 &= 0 \end{aligned}$$

g) $$\begin{aligned} 4x^2 - y^2 - 4 &= 0 \\ 2x - y + 4 &= 0 \end{aligned}$$

5. Řešte v R:

a) $$\begin{aligned} 2x - 3 &< x + 7 \\ 2 - 3x &\leq 2x + 7 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} 4x - 2(1 - x) &\geq 1 - (3 - 2x) \\ \frac{2x+3}{4} &\leq 1 - \frac{x}{2} \\ 1 - \frac{2-x}{3} &\geq 3(x+1) - 4 \end{aligned}$$

c) $$\begin{aligned} \frac{a}{3} + \frac{3a}{4} &\geq \frac{5a}{6} + 2 \\ \frac{7a-5}{5} &\leq \frac{2a-1}{10} \end{aligned}$$

d) $0 \leq x^2 + 11x + 30 < 2$

e) $$\begin{aligned} x^2 - 10x + 9 &\geq 0 \\ x^2 - x - 12 &< 0 \end{aligned}$$

f) $-2 < x^2 + x - 14 < -6x - 24$

g) $\frac{1}{2} \leq \frac{3}{x-2} - \frac{1}{2} \leq \frac{x+1}{x-2}$

h) $\frac{1}{x-1} \leq 2 \quad \wedge \quad \frac{2x}{x-5} \leq 1$

6*. Řešte graficky:

a) $$\begin{aligned} 2x - y - 2 &\leq 0 \\ 2x - 2y + 1 &\geq 0 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} 3x - 2y - 4 &\leq 0 \\ y &\geq 1 \end{aligned}$$

c) $$\begin{aligned} 3x - y &= 4 \\ x + y &\geq 0 \end{aligned}$$

d) $$\begin{aligned} 4x + 3y &\leq 12 \\ -2 \leq y &\leq 3 \end{aligned}$$

7) Rovnice s neznámou pod odmocninou, rovnice a nerovnice s neznámou ve jmenovateli

(úpravy iracionálních rovnic, rovnice s neznámou ve jmenovateli – definiční obor, nerovnice s neznámou ve jmenovateli – metody řešení)

1. Řešte v R: $a)\ \sqrt{18-x}-2=x$ $\quad b)\ x=3\sqrt{2x}+8$ $\quad c)\ 4\sqrt{x+1}-(x+1)=4$

$d)\ \sqrt{x^2-5}+5=x$ $\quad e)\ \sqrt{1+x}-\sqrt{4-x}=1$ $\quad f)\ \sqrt{4-x}-\sqrt{9+x}=1$

$g^*)\ x+\sqrt{1+x\sqrt{x}}=1$ $\quad h)\ \sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}=\sqrt{2x+3}$

2. Řešte v R:

$a)\ \dfrac{4}{x+1}=\dfrac{3}{x+3}+\dfrac{1}{x-2}$ $\quad b)\ \dfrac{1}{x^2+x}+\dfrac{1}{x^2-x}+\dfrac{x^2-2}{x^2-1}=1$ $\quad c^*)\ \dfrac{\frac{1}{x}-3}{1-\frac{4}{x}}-\dfrac{2-\frac{1}{x}}{1+\frac{4}{x}}=\dfrac{96}{16-x^2}-5$

$d)\ \dfrac{1}{1-\frac{3-x^2}{x+1}}=\dfrac{1}{x+\frac{2x}{x+1}}$ $\quad e)\ \dfrac{x^2+x-56}{64-x^2}=0$ $\quad f)\ \dfrac{x^2-4x+3}{x^2-2x+1}=1$ $\quad g)\ \dfrac{x^2+6}{x^2-4}=3$

$h)\ \dfrac{(x^2-6x+9)(50-x^2)(4x^2+25)\,x^2}{(2-x)(x^2-9)}=0$

3. Řešte v R: $a)\ \dfrac{3-x}{x+2}\geq 1$ $\quad b)\ \dfrac{x-1}{3-x}\geq -2$ $\quad c)\ \dfrac{x+1}{2-x}\geq -3$ $\quad d)\ \dfrac{-2}{x+3}\geq 1-\dfrac{4}{x}$ $\quad e^*)\ \dfrac{2x^2}{3x^2+x}\leq 1$

$f^*)\ \dfrac{4x^2+x}{4x^2+2x}\leq 0$ $\quad g^*)\ \dfrac{2x}{x^2-16}\leq\dfrac{1}{x-5}$ $\quad h^*)\ \dfrac{3x^2+15x-8}{2x^2+5x+3}\leq 1$ $\quad i^*)\ \dfrac{x^2-5x+6}{x-1}\leq 0$

$j)\ \dfrac{(x-4)(x+2)}{x}+x\leq 4$ $\quad k^*)\ \dfrac{(x^2-x-2)(x^2+1)}{(x+1)^2(x+2)\,x^2}\geq 0$ $\quad l)\ \dfrac{x^2-12x+9}{x^2+9}\leq -1$

8) Exponenciální a logaritmické rovnice

(metody řešení exponenciálních a logaritmických rovnic, definiční obor)

1. Řešte v R: a) $0{,}25 = 2^x$ b) $3^3 . 3^{12} = (3^x)^3$ c) $2^{x-2} . 8^{x+4} = 4^3$ d) $25^{0{,}5x^2-3}=0{,}04$

2. Řešte v R: a) $2^{2x} . 8 = 27 . 3^{2x}$ b) $16^2 . 3^x = 2^{2x} . 81$ c) $3^x - 2^x = 2^{x+1} + 3^{x-2}$ d) $2^{x+1} . 3^x = 3^{-2} . 0{,}5$

e) $2^x . 5^{x+1} + 10^x = 0{,}6$

3. Řešte v R: $a)\ 2^{x+1}+2^{x-1}+2^{x+3}=\dfrac{21}{8}$ $\quad b)\ 4^{x+1}+4^x-8\cdot 4^{x-1}=192$

4. Řešte v R: a) $5 . 2^x - 2 . 2^{2x} - 2 = 0$ b) $0{,}25 . 2^x + 0{,}5 . 4^x = 9$ c) $2^{2x-4} = 5 . 2^{x-2}$

d) $3^{2x+1} - 4 . 3^{x+2} = -81$ e) $7^{x+1} - 19 = 7^x + 23$ f) $4^x + 4^{1-x} - 4 = 0$

5. Řešte v R: $a)\ \log_{0{,}1}1000=x$ $\quad b)\ \log_{\sqrt{5}}x=6$ $\quad c)\ \log_x 81=-8$

$d)\ \log_3(5x+1)=4$ $\quad e)\ \log_{x-1}125=-3$ $\quad d)\ \log_5\log_4\log_{\frac{1}{3}}x=0$

6. Vypočítejte: $a)\ x=\log_4 64+\log_3\dfrac{1}{27}+\log_{16}2$ $\quad b)\ x=\log_4 1+\log_{12}12+\log 0{,}01$

$c)\ x=0{,}5\log_4 100-\log_4 5$ $\quad d)\ x=\log_3 18-\log_3 2$

7.Řešte v R: $a)\quad \log 0{,}1+\log(2x)=1$ $\qquad b)\quad \log 1000+\log x=4$ $\qquad c)\quad \log x^3+\log\sqrt{x}-\log\frac{1}{x}=9$

$d)\quad \log_4(x-4)+\log_4(x-1)=1$ $\qquad e)\quad \log(x+2)+\log(x+5)=2\log(x+3)$

$f)\quad \log_2(x+6)-\log_2(3-x)=3$ $\qquad g)\quad \log_3 x+\log_3(x+1)=2-\log_3\frac{3}{2}$

$h)\quad \log x+\log 4=2-\log(x+10)$

8. Řešte v R: $a)\quad \log_3 x+1=\frac{6}{\log_3 x}$ $\qquad b)\quad x\log 4^{x+1}=(x+1)\log 8$

$c)\quad \frac{2}{\log_2 x+1}-\frac{1}{\log_2 x-5}=1$ $\qquad d)\quad \log^2 x+3\log x=4=0$

9*. Řešte v R: $a)\quad x^{\log_2 x}=4x$ $\qquad b)\quad x^{1+\log x}=100$ $\qquad c)\quad x^{3+4\log x}=10x^6$

$d)\quad 2^x\cdot 3^{3x}=4^{x-1}$ $\qquad e)\quad 8^{x+1}=0{,}1$ $\qquad f)\quad 3^{x-2}=5^{2x+1}$

10*. Řešte v R: $a)\quad \frac{3^{x-6}}{3^{5-2x}}=\frac{\log 27}{\log 3}$ $\qquad b)\quad \log_6\left(\frac{1}{6^x}+5\right)=x+1$

9) Goniometrické rovnice

(tabulkové hodnoty goniometrických funkcí, metody řešení, definiční obor)

1. Vypočítejte zpaměti: $\cos 120°$ $\quad \cos\frac{7}{6}\pi$ $\quad \cos(-\frac{7}{4}\pi)$ $\quad \sin\frac{3}{4}\pi$ $\quad \sin\left(-\frac{4}{3}\pi\right)$ $\quad \sin 270°$

$tg\,150°$ $\quad tg\,270°$ $\quad tg\left(-\frac{5}{3}\pi\right)$ $\quad \mathrm{cot}g\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ $\quad \mathrm{cot}g\,\frac{11}{6}\pi$ $\quad \mathrm{cot}g\,\frac{5}{6}\pi$

2. Řešte v $\langle 0;2\pi)$: $a)\quad \cos x=\frac{1}{2}$ $\qquad b)\quad \sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad c)\quad tg\,x=\sqrt{3}$

$d)\quad \mathrm{cot}g\,x=-1$ $\qquad e)\quad \cos x=0$ $\qquad f)\quad \sin x=-1$

3. Řešte v R: $a)\quad \sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}$ $\qquad b)\quad \sin 2x=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$c)\quad \mathrm{cot}g\,\frac{x}{2}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\qquad d)\quad \cos(3x-60°)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

4.Řešte v $\langle 0;2\pi)$: $a)\quad (\sin x-0{,}5)^2=1$ $\qquad b)\quad 3tg^2x=1$ $\qquad c)\quad 2\cos^2 x=1$

$d)\quad 4\sin^2 x=3$ $\qquad e)\quad \frac{5+\cos x}{1-\cos x}=3$

5.Řešte v R: a) $tg^3x - tg\,x = 0$ $\qquad$ b) $2\sin^2x + 5\sin x + 3 = 0$

c) $2\cos^2x + \cos x - 1 = 0$ $\qquad$ d) $\mathrm{cotg}^2x - \mathrm{cotg}\,x - 2 = 0$

6*. Řešte v R: $a)\quad \cos x+\sin 2x=0$ $\qquad b)\quad 2\sin^2 x-\sqrt{3}\sin x=0$

$c)\quad \sin x-\sin 2x=0$ $\qquad d)\quad \mathrm{cot}g^2x-\sqrt{3}\,\mathrm{cot}g\,x=0$

7*. Řešte v R: $a)\quad tg\,x-3\mathrm{cot}g\,x=0$ $\qquad b)\quad \cos 2x-\sin x\cos x=1$

$c)\quad \cos x=\sqrt{3}\sin x$ $\qquad d)\quad \cos 2x=\sin x$

8*. Určete, pro která a ϵ R má rovnice $\cos x = \frac{a}{a+1}$ alespoň jedno řešení v R.

10) Funkce kvadratická, nepřímá úměrnost a lineární lomená

(funkční předpis, vlastnosti a graf funkcí, úprava předpisu – na vrcholový (středový) tvar)

1. Určete funkční předpis kvadratické funkce, která prochází body:
   a) [1;4], [– 1; – 6], [0;0] b) [1;3], [– 2;– 3], [0; – 1] c) [1;3], [– 1;7], [2;7]

2. Určete funkční předpis kvadratické funkce s vrcholem V[2;5], jejíž graf prochází také bodem [3;4].

3. Je dána kvadratická funkce *f*.
   A) upravte předpis na vrcholový tvar
   B) určete souřadnice vrcholu a průsečíků grafu s osami
   C) načrtněte graf
   D) určete D, H
   E) z grafu určete vlastnosti funkce (monotónnost, extrémy, omezenost, sudost – lichost)

   a) f_1: $y = x^2 - 4x + 5$ b) f_2: $y = -x^2 + 4x - 3$ c) f_3: $y = -2x^2 + 4x$ d) f_4: $y = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$

4. Určete funkční předpis nepřímé úměrnosti, jejíž graf prochází bodem: a) [5;1] b) [–1;0,25]

5. Je dána lineární lomená funkce *g*.
   A) upravte předpis na středový tvar
   B) určete souřadnice středu a průsečíků grafu s osami
   C) určete asymptoty
   D) načrtněte graf
   E) určete D, H
   F) z grafu určete vlastnosti funkce (monotónnost, extrémy, omezenost, sudost – lichost)

   $a)\quad g_1: y = \frac{-2x-5}{x+3}$ $b)\quad g_2: y = \frac{3x-7}{x-2}$ $c)\quad g_3: y = \frac{2x+3}{x+1}$ $d)\quad g_4: y = \frac{-x+2}{x-3}$

6*. Pomocí derivace určete extrémy a monotónnost funkcí:

   a) f_1: $y = x^2 + 6x - 3$ b) f_2: $y = 2x^2 - 3x + 5$ c) f_3: $y = -2x^2 + 4x + 6$

   $d)\quad g_1\colon y = \frac{5x+2}{x+3}$ $e)\quad g_2\colon y = \frac{x-3}{x+2}$ $f)\quad g_3\colon y = \frac{-x+5}{x-1}$

11) Mocninné funkce a jejich inverze

(typy a vlastnosti mocninných funkcí podle mocnitelů, inverzní funkce – vztah D, H, grafu, předpisu vzhledem k funkci původní)

1. Pomocí grafu charakterizujte vlastnosti mocninných funkcí v závislosti na mocniteli

   f: $y = x^2$ *g*. $y = x^3$ *h*: $y = x^{-2}$ *i*: $y = x^{-3}$

2. Pomocí vhodných grafů porovnejte čísla podle velikosti:

   a) $1{,}2^{-2}$; $1{,}8^{-2}$ b) $(-2{,}1)^{-4}$; $(-2{,}2)^{-4}$ c) $1{,}2^{-3}$; $(-0{,}1)^{-3}$ d) $0{,}3^{4}$; $0{,}3^{5}$

   e) $0{,}5^{2}$; $0{,}5^{-2}$ f) $2{,}4^{3}$; $2{,}4^{-2}$ g) $(-4{,}2)^{5}$; $(-4{,}2)^{-5}$ h) $(-3{,}1)^{-3}$; $(-3{,}1)^{-4}$

3. K dané funkci f sestrojte její graf a zvolte interval, na kterém je daná funkce prostá. Určete předpis funkce inverzní, její D, H a graf.

f_1: $y = (x-2)^2 - 1$ f_2: $y = (x+1)^2 - 3$ f_3: $y = x^3 - 1$ f_4: $y = (x-1)^3 + 2$

4*. Pomocí vhodných grafů řešte nerovnice:

a) $x^4 > x^3$ b) $x^{-4} > x^7$ c) $x^{-5} \leq -x^7$ d) $-x^5 \geq x^{-8}$

e) $-x^5 \leq x^6$ f) $x^{-2} \leq x^{-3}$ g) $x^{-4} > -x^4$ h) $-x^{-4} \leq x^5$

12) Exponenciální a logaritmické funkce

(funkční předpisy, grafy, vlastnosti funkcí)

1. Určete reálná čísla a, b tak, aby funkce f: $y = a \cdot 3^x + b$ procházel body [1;2] a [0;–2].

2. Určete reálná čísla a, b tak, aby funkce g: $y = 2^{x+a} + b$ procházel body [–1;5] a [1;11].

3. Určete reálná čísla a, b tak, aby funkce h: $y = \log_2(x+a)+b$ procházel body [0;1] a [–2;0].

4. Určete reálná čísla a, b tak, aby funkce i: $y = a \cdot \log_{\frac{1}{3}} x + b$ procházel body [1/9;3] a [3;6].

5. Určete všechny hodnoty reálného parametru p tak, aby daná funkce byla definována (resp. klesající, resp. rostoucí):

$a)\quad f\colon y = \left(\dfrac{2p-1}{p^2-1}\right)^x \qquad b)\quad g\colon y = \log_{\frac{2p+3}{p-1}} x$

6. Určete definiční obor funkce: $a)\quad f\colon y = \log\dfrac{x^2-9}{3x} \qquad b)\quad g\colon y = \dfrac{1}{\log_2(x+3)-2}$

7. Je dána funkce f

A) určete průsečíky grafu s osami

B) určete D, H, asymptoty

C) načrtněte graf dané funkce

D) z grafu určete vlastnosti funkce (sudost – lichost, monotónnost, extrémy, omezenost)

$a)\quad f_1\colon y = 2^{x+1}-1 \qquad b)\quad f_2\colon y = 2^{-x+1}+1 \qquad c)\quad f_3\colon y = -2^{x-2}+2 \qquad d)\quad f_4\colon y = \log_2(x+4)$

$e)\quad f_5\colon y = \log_{\frac{1}{2}}(x-2)+1 \qquad f)\quad f_6\colon y = -\log_2 x + 2 \qquad g)\quad f_7\colon y = \log_{\frac{1}{2}}(-x)+1$

8. Užitím grafu vhodné funkce rozhodněte, které z čísel je větší:

$a)\ 0{,}8^{-2};\ 0{,}8^{-3} \qquad b)\ 3{,}2^{-4};\ 3{,}2^{-3} \qquad c)\ 0{,}9^{-2};\ 0{,}9^{2} \qquad d)\ 2^{-3{,}4};\ 0{,}5^{-3{,}4} \qquad e)\ 1;\ 0{,}9^{0{,}7}$

$f)\ \log_{\frac{1}{5}} 3;\ \log_{\frac{1}{5}} 7 \qquad g)\ \log_4 9;\ \log_4 10 \qquad h)\ 1;\ 2{,}5^{-4} \qquad i)\ 1;\ 0{,}1^{-4{,}2}$

9*. Užitím grafu vhodné funkce rozhodněte, jaký vztah platí mezi reálnými čísly x, y, víte-li, že platí:

$a)\ \left(\dfrac{3}{5}\right)^x < \left(\dfrac{3}{5}\right)^y \qquad b)\ \left(\dfrac{9}{8}\right)^x < \left(\dfrac{9}{8}\right)^y \qquad c)\ \log_{\frac{1}{2}} x > \log_{\frac{1}{2}} y \qquad d)\ \log_{\frac{3}{2}} x > \log_{\frac{3}{2}} y$

10*. Určete předpis inverzní funkce k zadané funkci. Načrtněte do jedné soustavy souřadnic grafy obou funkcí. Určete definiční obory a obory hodnot těchto funkcí.

$a)\quad f\colon y = 2^{x-1}-4 \qquad b)\quad g\colon y = \log_{\frac{1}{2}}(x-3)+2$

13) Goniometrické funkce a výrazy

(goniometrické funkce, goniometrické vzorce)

1. Aniž určíte hodnotu x, určete hodnoty zbývajících goniometrických funkcí v bodě x, víte-li, že:

$a)\quad \sin x = \frac{8}{17} \quad \wedge \quad x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \qquad b)\quad \cos x = \frac{24}{25} \quad \wedge \quad x \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

$c)\quad tg\, x = \frac{12}{5} \quad \wedge \quad x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right) \qquad d)\quad \mathrm{cot}g\, x = \frac{12}{11} \quad \wedge \quad x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

2. Na základě hodnot goniometrických funkcí, které znáte zpaměti, vypočítejte: a)sin 75°, b)cos 105°, c)sin 15°.

3. Vyjádřete jedinou funkcí:

$a)\quad \frac{\sin x + \sin 2x}{1 + \cos x + \cos 2x} \qquad b)\quad \frac{1 - \cos 2x + \sin 2x}{1 + \cos 2x + \sin 2x} \qquad c)\quad \frac{\cos x + \mathrm{cot}g\, x}{\mathrm{cot}g\, x} - 1 \qquad d)\quad \frac{2\, tg\, x}{1 + tg^2 x}$

$e)\quad \frac{tg\, x}{tg\, x + \mathrm{cot}g\, x} \qquad f)\quad \sin 2x - \cos 2x \cdot tg\, x \qquad g)\quad \sin^4 x - \cos^4 x + \cos^2 x \qquad h)\quad \cos^4 x - \sin^4 x$

4. Načrtněte grafy funkcí a popište, jak vypadají vzhledem ke grafu základní funkce:

$a)\quad f: y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \qquad g: y = 2\sin x \qquad h: y = \sin 2x \qquad i: y = \sin x + 1$

$b)\quad f: y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \qquad g: y = \frac{1}{2}\cos x \qquad h: y = \cos\frac{x}{2} \qquad i: y = -\cos x$

$c)\quad f: y = tg\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \qquad g: y = 2\, tg\, x \qquad h: y = tg\, x + 2$

$d)\quad f: y = \mathrm{cot}g\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \qquad g: y = -\mathrm{cot}g\, x \qquad h: y = \frac{1}{2}\mathrm{cot}g\, x$

5*. Dokažte, že platí: $a)\quad \frac{\sin 65° + \sin 25°}{\cos 80° + \cos 40°} = \sqrt{2} \qquad b)\quad \frac{\cos 50° - \cos 70°}{\sin 70° - \sin 50°} = \sqrt{3}$

$c)\quad 2\sin 22°30' \cdot \cos 22°30' = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad d)\quad \sin 15° \cdot \cos 15° = \frac{1}{4}$

14) Absolutní hodnota

(geometrický význam absolutní hodnoty, metody řešení rovnic a nerovnic s absolutní hodnotou, sestrojení grafu funkce s absolutní hodnotou)

1. Řešte v R užitím geometrického významu absolutní hodnoty:

a) $|x - 2| = 4$ b) $|x + 5| = 7$ c) $|x + 1| = -3$ d) $|2x + 3| = 8$ e) $|4 - x| = 5$
f) $\left|x - 2 - \sqrt{3}\right| = 2$ g) $|x| \geq 3$ h) $|x - 2| < 5$ i) $|x + ½| \leq 7$ j) $|x - 3| \leq 0$
k) $|x - 8| \leq -3$ l) $|x + 6| \geq -4$ m) $\left|x + \sqrt{3}\right| > 0$

2. Řešte v R: a) $3 + 4|x - 2| = 5x$ f) $|2x - 3| \geq |3x - 2|$

b) $3x - |2x - 1| = x + 1$ g) $|3 - x| < 4|x - 1|$

c) $|2x - 7| + |x - 2| = 3$ h) $|x + 2| + 2x \geq 4(x + 3)$

d) $|x| - 2|x + 1| + 3|x + 2| = 0$ i) $|x + 4| + \frac{x + 1}{2} \leq \frac{|x - 5|}{2}$

e) $\frac{|1-x|}{2}-\frac{|3+x|}{6}=1-\frac{x}{3}$

3. Načrtněte graf funkce f užitím grafu y = |x|.
f_1: y = |x| + 1 f_2: y = |x + 2| f_3: y = 2|x| f_4: y = – |x|

4. Sestrojte graf funkce:
f: y = |x – 2| – 2|x + 1| g: y = |x – 4| – 1 + |x |
h: y = 3|x – 1| + |3 – x | – |5 – 2x| – 1 i: y = |x | + 2 |x + 1| – 3 |x – 3|

5*. Řešte v R: a) $|x^2 - x| = x$ b) $x^2 - |3x - 4| = 0$ c) $|x^2 - 4| + 3x = 0$
d) $|x^2 + 2x + 2| = |x|$ e) x|x – 5| + |x + 4| – x = 10

6*. Sestrojte graf funkce:
f: $y = -3x^2 + 2|x| + 1$ g: y = – 2x|x – 3| h: $y = x^2 + 4|x|$ i: $y = |x^2 + 4x + 3|$
j: $y=\left|\frac{3x-4}{x-1}\right|$ k: $y=\left|\frac{2x+1}{x+1}\right|$

7*. Vypočítejte: $|4+3i|$, $|(8+i)(3-2i)|$, $\left|\frac{4+2i}{3-i}\right|$

15) Operace s vektory

(vektor – souřadnice, velikost, operace, úhel, skalární a vektorový součin, lineární kombinace, lineární závislost a nezávislost)

1. Rozhodněte, zda body K, L, M leží na přímce:
a) K[2;0;1], L[5;–2;0], M[–1;2;2] b) K[–1;1], L[1;5], M[2;3]

2. V rovnoběžníku ABCD platí A[–3; –2;0], B[3; –3;1], C[5;0;2]. Najděte souřadnice vrcholu D a určete úhel vektorů $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$.

3. Vektor **z** vyjádřete jako lineární kombinaci vektorů **a**, **b**, (**c**) – pokud lze:
a) **a**(5; –1), **b**(17;7), **z**(5; –10) b) **a**(3; –2), **b**(4; –3), **z**(–6;4)
c) **a**(1; –1;3), **b**(4;2;0), **z**(0;3; –6) d) **a**(0;3;4), **b**(6; –1; –1), **z**(–5;4;5)
e) **a**(1;0;2), **b**(1; –1;0), **c**(0;1;1), **z**(1;0;3)
Rozhodněte, zda jsou vektory **a**, **b**, **z**, (**c**) lineárně závislé.

4. Určete, pro které hodnoty parametru a ϵ R jsou vektory **m** a **n** kolmé:
a) **m**(1;a; –2), **n**(a;3; –4) b) **m**(1 – a;2;a), **n**(a;2;2)

5. Určete, pro které hodnoty parametru a ϵ R jsou vektory **k** a **l** rovnoběžné: **k**(2;3; –4), **l**(a; –6;8)

6. Je dán vektor **u**(3; –4). Určete vektor **v** tak, aby platilo: a) **u** ⊥ **v** a |**v**| = 10 b) **u** || **v** a |**v**| = 15

7.* Jsou dány vektory **a**(1;1;0), **b**(0;x;y). Určete hodnoty x, y ϵ R tak, aby |<**ab**| = $\frac{\pi}{3}$ a |**b**| = $2\sqrt{2}$.

8.* Rozhodněte, zda jsou body A[2;3;4], B[–1;4; –2], C[0;2; –5], D[3;2;1] komplanární.

9.* Jsou dány vektory **u**(2;a;3), **v**(–1;4;2). Určete hodnotu a ϵ R tak, aby platilo |**u** × **v**| = $\sqrt{14}$.

16) Analytická vyjádření lineárních útvarů

(analytické vyjádření úsečky, polopřímky, přímky; vzdálenost bodu od přímky, vzájemná poloha přímek, rovina)

1. Jsou dány body A[–1;3], b[5; –7]: a) zapište rovnici úsečky AB b) určete její střed
c) vypočítejte délku úsečky AB d) zapište rovnici osy úsečky AB

2. Jsou dány body A[2; –3], B[1;0], C[0;3], D[1;3].
a) určete parametrickou rovnici přímky $p = \leftrightarrow AB$
b) určete obecnou rovnici přímky *p*
c) určete směrnicový tvar rovnice přímky *p*
d) určete úsekový tvar rovnice přímky *p*
e) zjistěte, zda body C, D leží na přímce *p*, pokud neleží, určete vzdálenost bodu od přímky *p*

3. Jsou dány přímky *p*, *q*. Určete jejich vzájemnou polohu, pokud jsou různoběžné, určete jejich průsečík:
a) p: $2x + 3y + 6 = 0$, $q = \{[-6 + 3t; 2 - 2t], t \in R\}$
b) p: $2x - 15y + 10 = 0$, $q = \{[5 + 5t; 8 + 4t], t \in R\}$
c) $p = \{[1 + 2t; 2 - 3t], t \in R\}$, $q = \{[-1 + 2k; 7 - 3k], k \in R\}$
d) p: $7x - 3y - 15 = 0$, q: $5x + 6y - 27 = 0$
e*) $p = \{[2 - 2t; 3 + 4t; -5t], t \in R\}$, $q = \{[1 - 2s; 4 + s; 3 + 3s], s \in R\}$

4. Napište obecnou rovnici přímky *p*, která prochází průsečíkem přímek a: $2x - y - 5 = 0$ a $b = \{[t; 1 - t], t \in R\}$ kolmo k přímce q: $x + 3y + 7 = 0$.

5. V rovnici přímky p: $bx - 2y + 1 = 0$ urči hodnotu parametru $b \in R$ tak, aby přímka *p*:
a) procházela bodem E[2;2]
b) byla kolmá k přímce a: $2x + y + 1 = 0$
c) byla rovnoběžná s přímkou q: $y = -x + 1$

6. Je dána přímka p: $x - 3y + 1 = 0$. Určete odchylku přímky *p*:
a) od přímky $q = \{[1 + t; 3 + 2t], t \in R\}$
b) od přímky r: $6x + 2y + 3 = 0$

7.* Najděte obraz bodu A[–2;1] v osové souměrnosti s osou o: $2x - y + 3 = 0$.

8.* Na přímce p: $x + 2y + 2 = 0$ určete bod M tak, aby jeho vzdálenost od přímky q: $3x + 4y - 14 = 0$ byla 2.

9.* Jsou dány body A[7;0;5], B[1; –2; –1], C[3;2;-1]
a) napište rovnici roviny ABC
b) určete hodnotu parametru $m \in R$ tak, aby bod D[4; –1;m] ležel v rovině ABC

10.* Jsou dány body A[2;3;2], B[–1;0;2], C[m; –1;3], D[1;1;3]
a) napište rovnici přímky $p = \leftrightarrow AB$
b) určete hodnotu parametru $m \in R$ tak, aby $\leftrightarrow AB \parallel \leftrightarrow CD$

17) Analytická geometrie rovinných obrazců

(trojúhelník, rovnoběžník a jejich charakteristiky vyjádřené pomocí analytické geometrie)

1. Je dán Δ ABC; A[–1;6], B[–7; –6], C[5; –2]. Určete rovnice přímek, na kterých leží výšky trojúhelníku. Určete průsečík výšek a velikosti výšek.

2. Je dán Δ ABC, A[5;6], B[–2;4], C[6; –1]. Určete rovnice přímek, na kterých leží těžnice. Určete souřadnice těžiště a délky těžnic.

3. V Δ ABC, A[–2;1], B[–1; –2], C[3;6] vypočítejte délky středních příček.

4. Je dán Δ ABC. Vypočítejte délky jeho stran, velikosti vnitřních úhlů a jeho obsah, je-li:
a) A[1;2;3], B[–1; –2; –2], C[0;2;1]   a) A[1;5], B[2; 0], C[5;2]

5.Vypočítejte obsah rovnoběžníku ABCD, je-li A[–1; –1], B[5; 1], C[2;4].

6.* Určete vrchol C rovnostranného Δ ABC je-li A[–1; –1], B[–1;3].

7.* Určete vrchol C pravoúhlého Δ ABC s přeponou AB je-li A[2; –1], B[3;4] a bod C leží na ose *y*.

8.* Určete vrchol C rovnoramenného Δ ABC se základnou AB je-li A[–2; 3], B[4;–1] a bod C leží na přímce *p*: $x - y + 4 = 0$.

9.* Vypočítejte souřadnice vrcholů čtverce ABCD, znáte-li souřadnice bodů A[1;2] a S[3;4], kde S je střed čtverce.

10.* Určete souřadnice vrcholů obdélníku ABCD, znáte-li body A[2;0] a B[–6;2] a víte-li, že střed obdélníku S leží na přímce $6x - y + 10 = 0$.

18) Kuželosečky

(kuželosečky – přehled, definice, tvary rovnic, charakteristiky)

1. Úpravou na středový – vrcholový tvar rozhodněte, zda a jakou kuželosečku daná rovnice vyjadřuje. Určete charakteristické prvky kuželosečky. Načrtněte obrázek:

a) $x^2 + y^2 - 8x - 4y - 5 = 0$ b) $x^2 + y^2 + 2x - y - 1 = 0$
c) $9x^2 + 25y^2 - 54x - 100y - 44 = 0$ d) $9x^2 + 4y^2 - 36x + 72y + 360 = 0$
e) $x^2 - 6x - 12y + 57 = 0$ f) $x^2 - 4y^2 - 6x + 16y - 11 = 0$
g) $x^2 - 10x + 4y + 33 = 0$ h) $y^2 - 2x + 6 = 0$
i) $x^2 - 2y^2 + 4x + 12y - 23 = 0$ j) $2x^2 + 3y^2 + 12x - 6y + 9 = 0$

2. Zjistěte polohu bodu A[–2;1] vzhledem ke kružnici *k*:
a) $x^2 + y^2 = 25$ b) $x^2 + y^2 = 5$ c) $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$

3. Určete rovnici kružnice se středem S[3; –5], která prochází bodem K[–6;8].

4. Napište rovnici elipsy, jejíž vedlejší vrcholy jsou C[0; –3], D[0;3] a vzdálenost ohnisek je 8.

5. Zapište rovnici paraboly s ohniskem F a řídicí přímkou *d*:
a) F[4;0], *d*: $y = 2$ b) F[–3; –4], *d*: $y = -8$ c) F[6;2], *d*: $x = 8$ d) F[2; –1], *d*: $x = -4$

6.Napište rovnici elipsy s ohnisky F[–5;11] a G[–5;3] a hlavní poloosou $a = 5$.

7.* Určete rovnici kružnice opsané Δ ABC, kde A[2;1], B[1;4], C[6;9].

8.* Napište rovnici kružnice se středem S[8; –5], která na přímce *p*: $3x + 4y - 14 = 0$ vytíná tětivu délky 8.

9.* Napište rovnici elipsy se středem S[–2;1], jejíž osy jsou rovnoběžné s osami soustavy souřadnic a která se obou os dotýká.

10.* Napište obecnou rovnici kružnice, která má střed na přímce *p*: $5x - 4y - 28 = 0$ a prochází body M[1;5], N[7; –3].

19) Přímka a kuželosečka

(přehled vzájemných poloh přímky a kuželosečky, tečna kuželosečky)

1. Určete vzájemnou polohu kružnice *k*: $x^2 + y^2 = 10$ a přímky *p*:
   a) *p*: $x - y - 2 = 0$ b) *p*: $x - 3y - 10 = 0$ c) *p*: $3x + y + 12 = 0$

2. Určete vzájemnou polohu elipsy *e*: $4x^2 + 9y^2 = 36$ a přímky *p*:
   a) *p*: $2x + 3y - 6 = 0$ b) *p*: $x - y - 6 = 0$ c) *p*: $y - 2 = 0$

3. Určete vzájemnou polohu paraboly *p*: $y^2 - 6x + 12 = 0$ a přímky *q*:
   a) *q*: $3x - 2y - 2 = 0$ b) *q*: $x - 2y + 4 = 0$ c) *q*: $3x - 2y - 5 = 0$ d) *q*: $y - 2 = 0$

4. Určete vzájemnou polohu hyperboly *h*: $4x^2 - 25y^2 = 100$ a přímky *p*:
   a) *p*: $x - y - 5 = 0$ b) *p*: $x - y + \sqrt{21} = 0$ c) *p*: $x - y + 1 = 0$ d) *p*: $2x - 5y + 5 = 0$

5. Napište rovnice tečen:
   a) kružnice *k*: $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 14 = 0$ v bodě dotyku $T[x_o; -3]$
   b) elipsy *e*: $x^2 + 2y^2 - 8y = 0$ v jejich průsečících s osou *x*
   c) paraboly *p*: $y = 2x^2 - 5x + 1$ v bodě dotyku $T[2; y_o]$
   d) hyperboly *h*: $x^2 - 9y^2 = 9$ v bodě $T[-3;0]$

6*. Napište rovnice tečen ke kuželosečce *k*, které jsou rovnoběžné s přímkou *p*:
   a) *k*: $(x - 2)^2 + (y + 6)^2 = 13$, *p*: $2x - 3y + 5 = 0$
   b) *k*: $9x^2 + 25y^2 = 225$, *p*: $4x + 5y - 7 = 0$

7*. Napište rovnice tečen ke kuželosečce *k*: $4x^2 + y^2 = 16$, které jsou kolmé k přímce *p*: $x + 2y + 2 = 0$.

8*. Určete, pro kterou hodnotu parametru $c \in R$ je rovnice $x - y + c = 0$ rovnicí tečny kružnice
   k: $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 45 = 0$.

9*. Určete délku tětivy, kterou na elipse *e*: $x^2 + 2y^2 - 8y = 0$ vytíná přímka *p*: $y = 2x$.

10*. Napište rovnici přímky *p*, která prochází středem hyperboly *h*: $x^2 - y^2 + 4x - 2y + 13 = 0$ a je rovnoběžná s přímkou *q*: $2x - y + 2 = 0$.

11.* Napište rovnice tečen kuželosečky *k* vedených bodem P:
   a) *k*: $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 8 = 0$, P[0;0]
   b) *k*: $x^2 = 8y$, P[1; –3]

20) Stereometrie – polohové úlohy, řezy

(řezy na krychli a jehlanu, průnik přímky a roviny, průnik dvou rovin, vzájemná poloha rovin, průnik přímky s povrchem tělesa)

1. Sestrojte řez krychle ABCDEFGH rovinou:
   a) $S_{EH} S_{HG} S_{FB}$ b) $AS_{BF}M \wedge M \in EH \wedge |EM| = 3|MH|$ c) $XS_{EF} S_{FG} \wedge X \in AE \wedge |EX| = 3|AX|$

2. Sestrojte řez krychle ABCDEFGH rovinou:
   a) $XYS_{CG} \wedge X \in AE \wedge |AX| = 3|EX|$, $Y \in \to CB \wedge |CY| = \frac{3}{2}|CB|$
   b) $XYZ \wedge X \in \to HE \wedge |HX| = \frac{3}{2}|HE|$, $Y \in CD \wedge |CY| = 3|DY|$, $Z \in \to CG \wedge |CZ| = 2|CG|$

3. Sestrojte řez pravidelného čtyřbokého jehlanu ABCDV rovinou:
   a) $S_{AB}S_{BC}L \wedge L \in CV \wedge |VL| = 3|CL|$ b) $S_{AV}KC \wedge K \in AB \wedge |AK| = 3|KB|$

4. Sestrojte řez pravidelného čtyřbokého jehlanu ABCDV rovinou:

a) $KLS_{CV} \wedge K \in AD \wedge |KD| = 3|KA|, L \in \rightarrow DC \wedge |DL| = 2|CD|$

b) $S_{AV}KC \wedge K \in \rightarrow VB \wedge |VK| = \frac{3}{2}|VB|$

5. Sestrojte řez pravidelného čtyřbokého jehlanu ABCDV rovinou $S_{AV}KS_{CV} \wedge K \in BV \wedge |VK| = 3|BK|$.

6*. Je dána krychle ABCDEFGH. Vyšetřete vzájemnou polohu 3 rovin (roviny vyznačte a určete společné body): a) $ABD, DS_{CG}G, AS_{GH}S_{EH}$ b) ADS_{EG}, BCS_{EG}, ACD c) $ADS_{GH}, GFS_{AB}, S_{AE}S_{BF}S_{DH}$

7*. Je dána krychle ABCDEFGH. Sestrojte průsečnici rovin: a) $BCG, AS_{FG}E$ b) $ACG, HS_{AD}B$

8*. Sestrojte řez krychle ABCDEFGH rovinou: a) $S_{AB}S_{CG}S_{EH}$

b) $XYZ \wedge X \in \rightarrow EH \wedge |EX| = \frac{3}{2}|EH|, Y \in \rightarrow CG \wedge |CY| = \frac{3}{2}|CG|, Z \in \rightarrow EA \wedge |EZ| = \frac{3}{2}|EA|$

c) $KLG \wedge L \in \rightarrow DH \wedge |DL| = \frac{3}{2}|HD|, K \in \rightarrow DB \wedge |DK| = \frac{3}{2}|DB|$

21) Stereometrie – metrické úlohy

(vzdálenost bodů, bodu a přímky; odchylka dvou přímek, přímky a roviny, dvou rovin)

1. Je dána krychle ABCDEFGH s hranou a. Vypočítejte vzdálenost bodů:

a) S_{AC}, S_{HE} b) $A, X \wedge X \in CG \wedge |CX| = 3|XG|$

2. Je dán pravidelný čtyřboký hranol ABCDEFGH (a = 4, v = 6). Vypočítejte vzdálenost bodů:

a) C, S_{EH} b) $K, L \wedge K \in AD \wedge 3|AK| = |KD|, L \in HG \wedge |HL| = 3|LG|$

3. Je dána krychle ABCDEFGH s hranou a. Vypočítejte vzdálenost bodu a přímky:

a) bodu G a přímky $S_{DC}S_{BC}$ b) bodu H a přímky $S_{AE}S_{CG}$

4. Je dán pravidelný čtyřboký hranol ABCDEFGH (a = 4, v = 6). Vypočítejte vzdálenost bodu a přímky:

a) bodu H a přímky AC b) bodu E a přímky HB

5. Je dána krychle ABCDEFGH s hranou a. Vypočítejte odchylku přímek:

a) $AC, S_{AE}C$ b) $CS_{HF}, S_{EG}S_{DB}$

6. Je dán pravidelný čtyřboký jehlan ABCDV (a = 4, v = 6). Vypočítejte odchylku přímek:

a) AV, CS_{BD} b) $VS_{BC}, S_{AD}S_{AC}$

7. Je dána krychle ABCDEFGH s hranou a. Vypočítejte odchylku přímky a roviny:

a) přímky AS_{EG} a roviny HDB b) přímky EF a roviny ABH

8. Je dán pravidelný čtyřboký hranol ABCDEFGH (a = 4, v = 6). Vypočítejte odchylku přímky a roviny:

a) přímky BH a roviny EFG b) přímky CH a roviny FBG

9.* Je dána krychle ABCDEFGH s hranou a. Vypočítejte odchylku rovin:

a) HDC, EFC b) AGE, DHF

10.* Je dán pravidelný čtyřboký jehlan ABCDV (a = 4, v = 6). Vypočítejte odchylku rovin ABD a BCV.

22) Povrchy a objemy těles

(přehled těles – vztahy pro výpočet V, S)

1. Odvoďte vzorce pro výpočet objemu a povrchu:
   a) pravidelného šestibokého hranolu s hranou **a** a výškou **v**
   b) pravidelného čtyřstěnu s hranou **a**

2. Je dána krychle ABCDEFGH s hranou 4 cm. Vypočítejte V a S čtyřstěnu ACDH.

3. Vypočítejte V a S pravidelného čtyřbokého jehlanu s podstavnou hranou a = 4 cm a odchylkou $\alpha = 60°$
   a) boční stěny od roviny podstavy
   b) boční hrany od roviny podstavy

4. Rotační válec má objem π cm^3 a výška válce se rovná polovině průměru podstavy. Vypočítejte povrch válce.

5. Osovým řezem válce je obdélník s obsahem 18 cm^2 a úhlopříčkou délky $3\sqrt{5}$ cm. Vypočítejte jeho V a S.
   a) **v** < **d** b) **v** > **d**

6. Do krabice tvaru pravidelného čtyřbokého hranolu s podstavnou hranou a = 4 cm a výškou v = 3 cm dáme kouli o poloměru 2 cm. Vypočítejte
   a) objem kulové úseče, která leží vně hranolu; kolik procent objemu koule úseč tvoří?
   b) obsah kulového vrchlíku, který leží vně kvádru; kolik procent povrchu koule vrchlík tvoří?

7.* Krychli o hraně **a**: a) vepište kouli. Určete poměr objemu koule a krychle.
b) opište kouli. Určete poměr objemu koule a krychle.

8.* Kuželosečka *k*: $x^2 + y^2 = 4$ vymezí rotací kolem osy *x* rotační těleso. Nakreslete danou kuželosečku, těleso pojmenujte a pomocí určitého integrálu vypočítejte jeho objem.

9.* Pomocí určitého integrálu odvoďte vzorec pro výpočet objemu rotačního válce, který má poloměr podstavy **r** a výšku **v**.

10.* Pomocí určitého integrálu odvoďte vzorec pro výpočet objemu rotačního komolého kužele, jsou-li poloměry podstavy $\mathbf{r_1}$ a $\mathbf{r_2}$ výška komolého kužele je **v**.

23) Matematická logika

(množina – zápis, operace; výroky – složené, kvantifikované, negace; tabulka pravdivostních hodnot)

1. Jsou dány množiny A = {x ϵ R; $-6 < x \leq 3$}, B = $\langle -2;8)$, C = {x ϵ Z; |x| < 7}. Množinu A zapište intervalem, množinu C výčtem prvků. Určete: $A \cup B,\ B \cup C,\ A \cap B,\ B \cap C,\ A - B,\ A_R^{/}, B_R^{/}$

2. Jsou dány výroky A, B. Přepište do češtiny složené výroky $A \wedge B,\ A \vee B,\ A \Rightarrow B,\ A \Leftrightarrow B$. Určete pravdivostní hodnotu těchto složených výroků. a) A – Číslo 8 je prvočíslo. B – Číslo 3 je prvočíslo.
b) A – Číslo 5 je liché. B – Číslo 6 je dělitelné čtyřmi.

3. Složené výroky zapište matematicky. Pak vytvořte v matematické symbolice také negace těchto výroků a ty vyjádřete opět slovně.
   a) Číslo 5 je prvočíslo a je liché.
   b) Jestliže je číslo dělitelné dvěma, pak je sudé.
   c) Číslo 15 je dělitelné pěti a třemi.
   d) Číslo 10 je větší než 9 a není dělitelné dvěma.
   e) Číslo 27 je sudé nebo liché.
   f) Jestliže je trojúhelník rovnostranný, pak je ostroúhlý.
   g) Číslo 60 je dělitelné pěti nebo šesti.
   h) Číslo je dělitelné patnácti právě tehdy, když je dělitelné pěti a třemi.

4. Negujte kvantifikované výroky.
a) Číslo 8 má právě 4 dělitele.
b) Alespoň 5 přirozených čísel je menších než 10.
c) Koupím nejvýše 9 sešitů.
d) $\forall x \in R; |x| \geq 0$
e) $\exists x \in R; x < 1$
f) Nikdo není dokonalý.
g) Každé sudé číslo je dělitelné dvěma.
h) $\forall x \in R; x \cdot 0 = 0$
i) Rovnice x – 1 = 3 má právě jeden kořen.

5. Vyšetřete pravdivost zadaného výroku pomocí tabulky pravdivostních hodnot.
$a)\quad \neg(A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B) \qquad b)\quad (A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B) \qquad c)\quad \neg(A \wedge B) \wedge \neg(\neg A \vee \neg B)$
$d)\quad [\neg A \wedge (A \vee \neg B)] \Leftrightarrow (A \Rightarrow B) \qquad e)\quad [(A \Rightarrow \neg B) \wedge (\neg A \Leftrightarrow B)] \vee (\neg A \Rightarrow B)$

6*. Vyšetřete pravdivost zadaného výroku pomocí tabulky pravdivostních hodnot.
$a)\quad \neg(A \wedge B) \Rightarrow C \qquad b)\quad \neg C \vee \neg(A \vee B) \qquad c)\quad C \Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$

7*. Negujte dané složené výroky, správnost následně potvrďte pomocí tabulky pravdivostních hodnot
$a)\quad A \Rightarrow (\neg B \vee C) \qquad b)\quad (A \wedge B) \Leftrightarrow \neg C$

8*. Pomocí tabulky pravdivostních hodnot rozhodněte, zda jsou dané složené výroky ekvivalentní
$a)\quad \neg A \Rightarrow (B \vee C);\quad A \vee B \vee C \qquad b)\quad A \Leftrightarrow (B \wedge C);\quad (\neg A \vee (B \wedge C)) \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C)$

24) Posloupnosti

*(aritmetická a geometrická posloupnost – vzorce pro výpočet n-tého členu, součet; ulohy na užití posloupností, * součet nekonečné geometrické řady)*

1. Určete první člen a diferenci aritmetické posloupnosti, je-li dáno $a_5 = 13$, $a_{11} = 49$.

2. Určete první člen a kvocient geometrické posloupnosti, je-li dáno: $a_1 + a_4 = 195$
$a_2 + a_3 = 60$

3. Vypočítejte součet S = (– 32) + (– 27) + (– 22) + … + 38 + 43 + 48 po sobě jdoucích členů aritmetické posloupnosti.

4. Pro geometrickou posloupnost kladných čísel platí $a_3 = 8\,a_1 - 2\,a_2$. Určete kvocient této posloupnosti.

5. V aritmetické posloupnosti je $a_4 = 0$, $a_6 = -4$. Určete počet sečtených členů n, je-li $s_n = 12$.

6. Sedmý člen aritmetické posloupnosti je 33, součet jejích prvních 11 členů je 308. Určete první člen a diferenci.

7. Sektor hlediště fotbalového stadionu má kapacitu 4 325 sedících diváků. Sedadla jsou v něm uspořádaná tak, že ve spodní řadě je 13 sedadel a v každé další řadě je o 3 sedadla více než v předchozí. Kolik řad sedadel je v sektoru?

8. Město má 10 000 obyvatel. Každoročně vzroste jejich počet o 3 %. Kolik obyvatel bude mít město za 5 let?

9*. Dané reálné číslo zapište zlomkem v základním tvaru: $a)\quad 0{,}\overline{370} \qquad b)\quad 2{,}\overline{4} \qquad c)\quad 1{,}0\overline{32}$

10*. Stroj ztrácí opotřebováním každý rok 5 % své ceny. Určete, za jakou dobu klesne cena stroje na polovinu.

25) Kombinatorika a pravděpodobnost

(variace, permutace, kombinace – úlohy; rovnice a nerovnice s kombinačními čísly; binomická věta; pravděpodobnost)

1. Vypočítejte:
a) O telefonním čísle svého spolužáka si Petr zapamatoval jen to, že je šestimístné, začíná sedmičkou, neobsahuje žádné dvě stejné číslice a je dělitelné 25. Určete, kolik telefonních čísel přichází v úvahu?
b) Určete počet všech přirozených čísel menších než 500, v jejichž dekadickém zápisu jsou pouze cifry 3, 5, 7, 9, každá nejvýše jednou.
c) Určete, kolik písmen může popsat Morseova abeceda, která k popsání používá symboly tečka, čárka ve skupinách po jednom, dvou, třech nebo čtyřech symbolech, které se mohou opakovat.

2. Vypočítejte:
a) Určete, kolika způsoby se v šestimístné lavici můžeme posadit 6 chlapců, jestliže dva chtějí sedět vedle sebe.
b) Určete, kolika způsoby lze „přemístit" písmena slova *BEROUNKA* tak, aby nějaká skupina po sobě jdoucích písmen utvořila slovo *BERAN*.
c*) Určete počet všech pěticiferných přirozených čísel, jež lze sestavit z cifer 2 a 6, má-li být v každém z nich číslice 2 právě třikrát.

3. Vypočítejte:
a) V rovině je dáno 10 bodů, z nichž žádná tři neleží v jedné přímce. Kolik kružnic lze jimi určit, neleží-li žádné čtyři body na jedné kružnici?
b) Hokejové družstvo má 20 hráčů: 13 útočníků, 5 obránců a 2 brankáře. Určete, kolik sestav by mohl trenér vytvořit, jestliže sestava má mít 3 útočníky, 2 obránce a 1 brankáře.
c*) Určete počet všech trojúhelníků, z nichž žádné dva nejsou shodné a jejichž každá strana má velikost vyjádřenou jedním z čísel 4, 5, 6, 7, 8, 9.

4. Určete počet prvků,
a) z nichž lze utvořit 240 dvoučlenných variací
b) z nichž lze utvořit dvakrát více 4členných variací než 3členných variací
c) aby při zvětšení jejich počtu o 2 se zvětšil počet permutací 56krát

5. Řešte v N_0: $a)\ \binom{x-1}{x-3}-2\binom{x-2}{x-4}=0$ $\qquad b)\ 2\binom{x+6}{x+4}-\binom{x+4}{x+2}=\binom{24}{1}+\binom{5}{2}x$

$c)\ \binom{x+4}{2}\geq\binom{x-4}{2}$ $\qquad d)\ \binom{x+1}{x-1}-\binom{x}{x}\cdot\binom{8}{5}\leq 44$

6. Vypočítejte: $a)\ 1{,}01^6$ $\quad b)\ (1+\sqrt{3})^5$ $\quad c)\ 0{,}97^4$ $\quad d)\ \left(a-\frac{1}{a^2}\right)^7$

7. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu hrací kostkou padne: a) číslo 5 b) liché číslo
c) číslo menší než 6 d) číslo přirozené e) číslo 7.

8. Ze 32 hracích karet náhodně vybereme 5. Jaká je pravděpodobnost, že právě 3 z nich budou zelené?

9. Ve třídě je 25 žáků. Právě 4 z nich nemá domácí úkol. Učitel náhodně zkontroluje 5 žáků. Jaká je pravděpodobnost, že nejvýše dva nemají domácí úkol?

10. Házíme současně modrou a červenou kostkou. Jaká je pravděpodobnost, že na modré kostce padne sudé číslo a na červené číslo 6?

11. Jaká je pravděpodobnost, že v rodině se 3 dětmi nastane situace:
a) všechny 3 děti mají stejné pohlaví nebo nejmladší je dívka
b) všechny tři jsou dívky nebo prostřední je chlapec

12*. Házíme 10krát mincí. Jaká je pravděpodobnost, že líc padne nejvýše 8krát ?