

Matematický KLOKAN 2013

www.matematickyklokan.net



kategorie **Student**

Úlohy za 3 body

1. Které z následujících čísel je největší?

- (A) 2013 (B) 2^{0+13} (C) 20^{13} (D) 201^3 (E) $20 \cdot 13$

2. Kolik hran má hranol s 2013 stěnami?

- (A) 2011 (B) 2013 (C) 4022 (D) 4024 (E) 6033

3. Najděte třetí odmocninu z 3^{3^3} .

- (A) 3^3 (B) 3^{3^3-1} (C) 3^{2^3} (D) 3^{3^2} (E) $(\sqrt{3})^3$

4. Desítkový zápis roku 2013 je vytvořen ze čtyř po sobě jdoucích číslic 0, 1, 2 a 3. Kolik let uplynulo od roku, v jehož zápise se naposledy objevily čtyři po sobě jdoucí číslice?

- (A) 467 (B) 527 (C) 581 (D) 693 (E) 990

5. Pro lineární funkci f platí $f(2013) - f(2001) = 100$. Vypočtěte $f(2031) - f(2013)$.

- (A) 75 (B) 100 (C) 120 (D) 150 (E) 180

6. Kolik z následujících tvrzení je pravdivých, platí-li $2 < x < 3$?

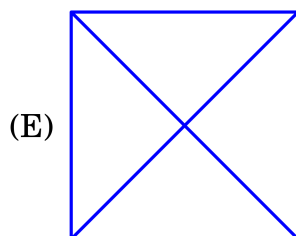
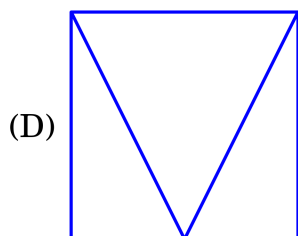
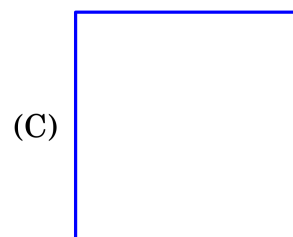
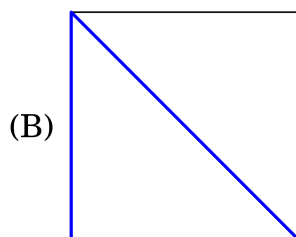
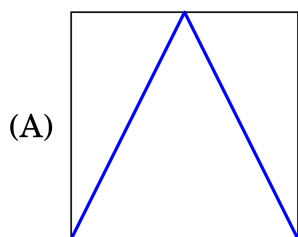
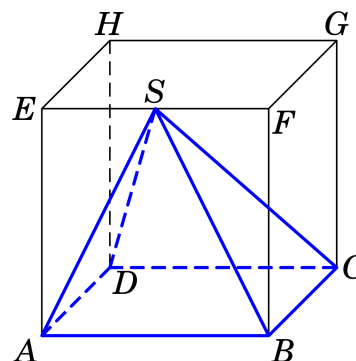
$$4 < x^2 < 9 \qquad 4 < 2x < 9 \qquad 6 < 3x < 9 \qquad 0 < x^2 - 2x < 3$$

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

7. Šest superhrdinů zneškodnilo 20 padouchů. První superhrdina zneškodnil jednoho padoucha, druhý zneškodnil dva padouchy, třetí superhrdina zneškodnil tři padouchy. Čtvrtý superhrdina zneškodnil více padouchů než každý z pěti zbývajících superhrdinů. Kolik padouchů mohl zneškodnit čtvrtý superhrdina? Vyberte nejmenší možnost.

- (A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 4 (E) 3

8. Na obrázku je neprůhledný jehlan $ABCD S$ s podstavou $ABCD$, která je stěnou krychle. Vrchol S je středem hrany EF této krychle. Jehlan kolmo promítneme do šesti stěn krychle. Který průmět nemůžeme získat?

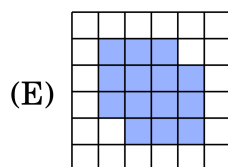
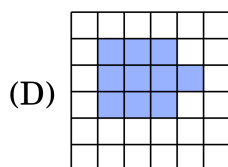
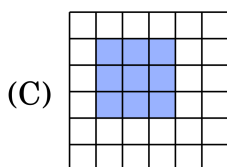
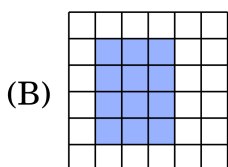
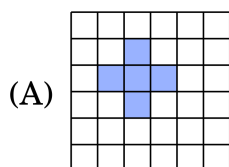


Úlohy za 4 body

9. V krabici je 900 karet očíslovaných od 100 do 999. Každé dvě karty mají jiná čísla. František náhodně vytáhne kartu a sečte číslice na ní napsané. Najděte nejmenší počet karet, které musí František vytáhnout, aby měl jistotu, že mezi nimi existují tři se stejným součtem číslic.

- (A) 51 (B) 52 (C) 53 (D) 54 (E) 55

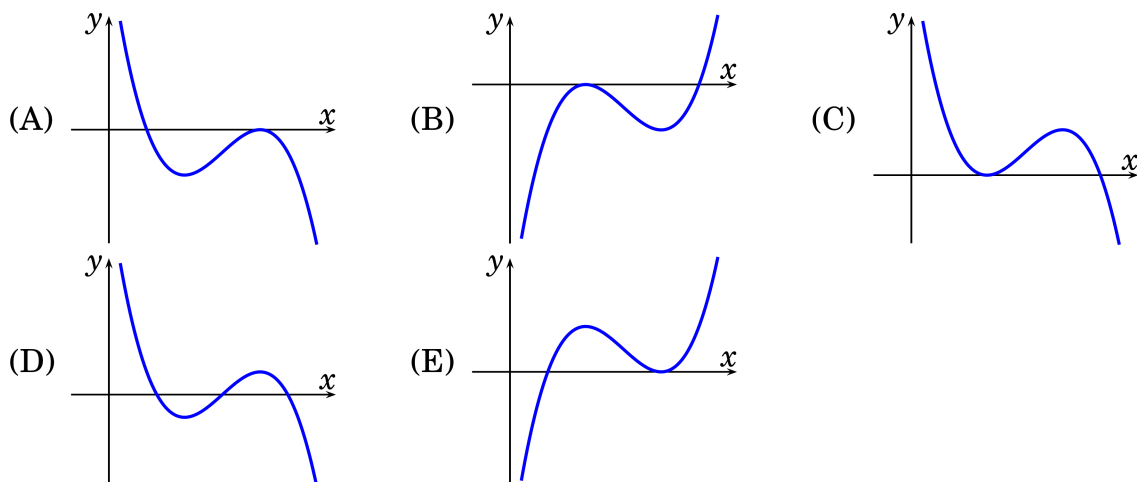
10. Petr položil na čtverečkovaný papír kruh a vybarvil každý čtvereček, který měl s kruhem více než jeden společný bod. Který z následujících obrazců nemohl tímto způsobem dostat?



11. Pro kolik přirozených čísel n jsou $\frac{1}{3}n$ i $3n$ trojmístná čísla?

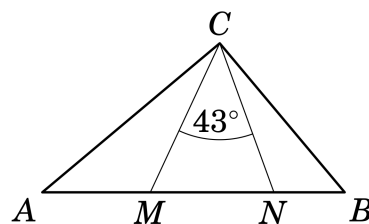
- (A) 12 (B) 33 (C) 34 (D) 100 (E) 300

12. Pro reálná čísla $a < b$ uvažujme funkci $W(x) = (a - x)(b - x)^2$. Na jednom z následujících obrázků je její graf. Na kterém?



13. Uvažujme obdélník s jednou stranou délky 5. Obdélník můžeme rozstříhnout na čtverec a obdélník, z nichž jeden má obsah 4. Kolik obdélníků má tuto vlastnost?
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

14. Na straně AB trojúhelníku ABC na obrázku leží body M a N tak, že $|AN| = |AC|$, $|BM| = |BC|$ a $|\sphericalangle MCN| = 43^\circ$. Určete velikost úhlu ACB .



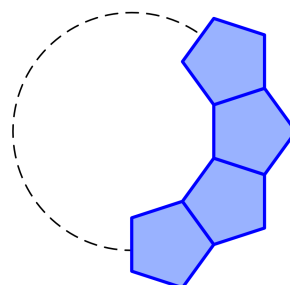
- (A) 86° (B) 89° (C) 90° (D) 92° (E) 94°

15. Na Gödelově ostrově žijí buď pravdomluvní (mluví vždy pravdu), nebo lháři (pokaždé lžou). Při mé návštěvě jsem tam potkal dva muže. Když jsem se zeptal většího z nich, zda jsou oba pravdomluvní, nemohl jsem z jeho odpovědi určit, kdo je kdo. Proto jsem se zeptal menšího, zda je větší muž pravdomluvný. Po jeho odpovědi už jsem věděl, kdo je každý z nich. Koho jsem potkal?

- (A) Oba muži byli pravdomluvní.
 (B) Oba muži byli lháři.
 (C) Větší z mužů byl pravdomluvný, menší byl lhář.
 (D) Větší z mužů byl lhář, menší byl pravdomluvný.
 (E) Není dostatek informací.

16. Radkova stavebnice obsahuje identické dílky tvaru pravidelného pětiúhelníku. Radek lepí dílky způsobem dle obrázku. Kolik dílků potřebuje k vytvoření „kružnice“?

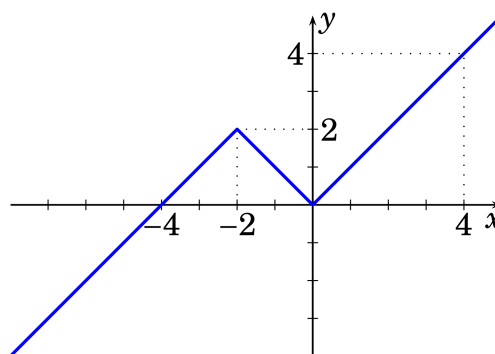
- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 12 (E) 15



Úlohy za 5 bodů

17. Na obrázku je graf funkce $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, který se skládá ze dvou polopřímek a úsečky. Kolik reálných řešení má rovnice $f(f(f(x))) = 0$?

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1 (E) 0



18. Součin dvou celých čísel x, y , kde $x \leq y$, je roven pětinasobku jejich součtu. Kolik takových dvojic (x, y) existuje?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) jiný počet

19. Funkce $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ je periodická s periodou 5 a pro všechna x z intervalu $\langle -2, 3 \rangle$ platí $f(x) = x^2$. Určete $f(2013)$.

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) 9

20. Kolik dvojic reálných čísel (x, y) je řešením rovnice $x^2 + y^2 = |x| + |y|$?

(A) 1 (B) 5 (C) 8
(D) 9 (E) nekonečně mnoho

21. V rovině leží několik různých přímek. Přímka a protíná právě tři ze zbývajících přímek a přímka b protíná právě čtyři ze zbývajících přímek. Přímka c protíná právě n přímek, kde $n \notin \{3, 4\}$. Určete počet přímek v této rovině.

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) jiný počet

22. Součet prvních n přirozených čísel je trojmístné číslo zapsané týmiž číslicemi. Najděte ciferný součet čísla n .

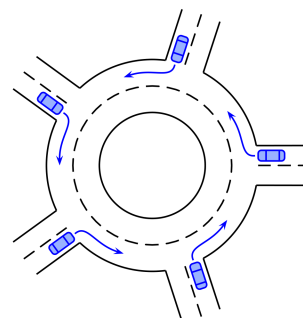
(A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 15 (E) 18

23. V posloupnosti reálných čísel je $a_1 = 1$ a pro každá dvě přirozená čísla m a n platí $a_{m+n} = a_m + a_n + mn$. Najděte hodnotu a_{100} .

(A) 100 (B) 1000 (C) 2012 (D) 4950 (E) 5050

24. Do kruhového objezdu na obrázku vjelo současně 5 aut, každé z nich z jiné silnice. Žádné z aut neobjede celý kruhový objezd a každým výjezdem vyjede jedno auto. Kolika způsoby mohou auta projet tento kruhový objezd?

(A) 24 (B) 44 (C) 60 (D) 81 (E) 120



Matematický KLOKAN 2013
správná řešení soutěžních úloh

Student

1 C, 2 E, 3 D, 4 C, 5 D, 6 E, 7 B, 8 E, 9 C, 10 E, 11 A, 12 A, 13 D, 14 E, 15 D, 16 C,
17 A, 18 E, 19 D, 20 E, 21 C, 22 B, 23 E, 24 B.