



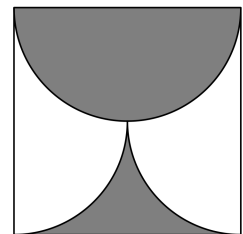
Úlohy za 3 body

1. Maminka vyprala a pověsila trička na šňůru. Poté děti pověsily vždy mezi každá dvě trička jednu ponožku. Na šňůře visí 29 kusů oblečení. Kolik z nich je triček?

- (A) 10 (B) 11 (C) 13 (D) 14 (E) 15

2. Obarvená část čtverce o straně a je ohraničena polokružnicí a dvěma čtvrtkružnicemi. Jaká je plocha obarvené části?

- (A) $\frac{1}{8}\pi a^2$ (B) $\frac{1}{2}\pi a^2$ (C) $\frac{1}{4}a^2$ (D) $\frac{1}{4}\pi a^2$ (E) $\frac{1}{2}a^2$



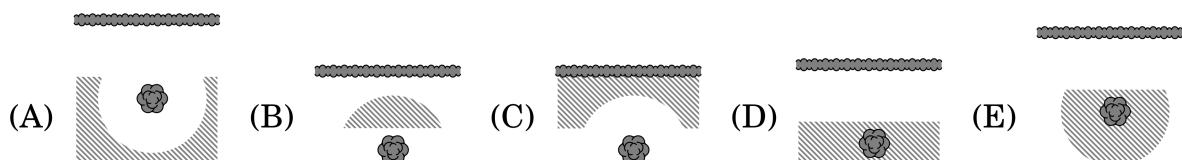
3. Které z následujících čísel není ani druhou, ani třetí mocninou některého přirozeného čísla?

- (A) 6^{13} (B) 5^{12} (C) 4^{11} (D) 3^{10} (E) 2^9

4. Tři sestry Anna, Julie a Lucie si koupily balení 30 sušenek, každá si jich vzala 10. Anna však zaplatila 80 centů, Julie 50 a Lucie 20. Kdyby si sušenky rozdělily poměrově podle peněz, které zaplatily, kolik sušenek by měla Anna ještě dostat?

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

5. Pan Hide chce vykopat poklad, který kdysi zakopal na své zahradě. Pamatuje si však pouze, že poklad zakopal alespoň 5 m od plotu a nejvýše 5 m od staré hrušně. Na kterém z následujících obrázků je vyšrafována oblast, v níž by měl pan Hide hledat poklad?



6. Urči poslední číslici součtu $2015^2 + 2015^0 + 2015^1 + 2015^5$.

- (A) 1 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 9

7. Pan Svíce si koupil 100 svíček. Každý den zapálí jednu a její nevyhořelý zbytek si schová. Z každých sedmi zbytků si vyrobí jednu novou svíčku. Kolik dní mu svíčky vydrží?

- (A) 112 (B) 114 (C) 115 (D) 116 (E) 117

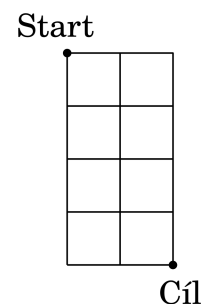
8. Číslo n udává počet pravých úhlů v konvexním pětiúhelníku. Vyber úplný seznam možných hodnot n .

- (A) 1, 2, 3 (B) 0, 1, 2, 3, 4 (C) 0, 1, 2, 3
(D) 0, 1, 2 (E) 1, 2

Úlohy za 4 body

9. Délka strany jednoho čtverečku je 1 (viz obrázek). Urči délku nejkratší cesty ze startu do cíle, pokud se můžeš pohybovat pouze po stranách či úhlopříčkách jednotlivých čtverečků.

- (A) $2\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{10} + \sqrt{2}$ (C) $4\sqrt{2}$
(D) 6 (E) $2 + 2\sqrt{2}$



10. Dnes mají otec i syn narozeniny. Součin věku otce a věku syna je 2015. Jaký je rozdíl jejich věků?

- (A) 26 (B) 29 (C) 31 (D) 34 (E) 36

11. Každý obyvatel Wingrovy planety má alespoň dvě uši. Tři obyvatelé Imi, Dimi a Trimi se sešli v jednom z kráterů. Imi řekl: „Vidím 8 uší.“ Dimi: „Vidím 7 uší.“ Trimi: „To je divné, já vidím jen 5 uší.“ Nikdo z nich si nevidí vlastní uši. Kolik uší má Trimi?

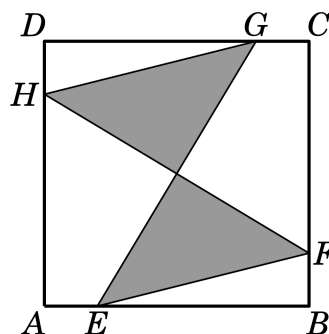
- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

12. Hranol se čtvercovou podstavou o straně 10 cm je naplněn vodou do výšky h . Dovnitř vložíme kovovou kostku o hraně 2 cm. Urči nejnižší výšku hladiny vody h takovou, aby byly boční stěny kostky úplně ponořeny.

- (A) 1,92 cm (B) 1,93 cm (C) 1,90 cm (D) 1,91 cm (E) 1,94 cm

13. Obsah čtverce $ABCD$ je 80. Body E, F, G a H leží na stranách čtverce (viz obrázek) a platí $|AE| = |BF| = |CG| = |DH|$ a $|EB| = 3|AE|$. Vypočítej obsah obarvené plochy.

(A) 20 (B) 25 (C) 30 (D) 35 (E) 40



14. Jestliže jsou řešením rovnice $x^2 - 85x + c = 0$ dvě různá prvočísla, urči ciferný součet čísla c .

(A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 17 (E) 21

15. Kolik existuje trojmístných přirozených čísel takových, že každé dvě sousední číslice se liší o 3?

(A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 20 (E) 27

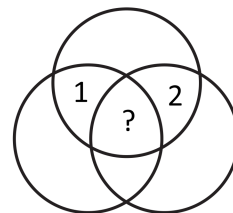
16. Petra má na policičce tři různé slovníky a dva různé romány. Kolika způsoby může knihy seřadit tak, aby všechny slovníky byly vedle sebe a oba romány také?

(A) 12 (B) 24 (C) 30 (D) 60 (E) 120

Úlohy za 5 bodů

17. Mirek má do každého prázdného políčka na obrázku vepsat číslo tak, aby v něm byla hodnota součtu čísel v *sousedních* políčkách. Určete číslo v políčku označené otazníkem. (Políčka nazveme *sousední* právě tehdy, když jejich hranice mají více než jeden společný bod.)

(A) 0 (B) -3 (C) 3 (D) -6 (E) 6

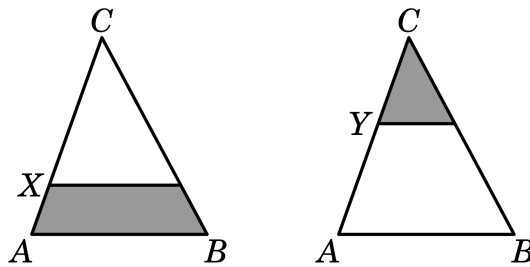


18. Kolik dvoumístných čísel můžeme napsat jako součet právě šesti různých celých nezáporných mocnin čísla 2.

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

19. V trojúhelníku ABC je narýsována úsečka rovnoběžná se základnou AB s krajním bodem X , resp. Y (viz obrázek). Víme, že obarvené plochy mají stejný obsah a $|CX| : |XA| = 4 : 1$. Vypočítej $|CY| : |YA|$.

- (A) 1 : 1 (B) 2 : 1 (C) 3 : 1
(D) 3 : 2 (E) 4 : 3



20. Je dán pravouhlý trojúhelník. Osa jednoho z ostrých úhlů protíná protější stranu v bodě D , který stranu rozdělí na dvě úsečky délek 2 a 1. Urči vzdálenost vrcholu tohoto úhlu od bodu D .

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{4}$ (D) $\sqrt{5}$ (E) $\sqrt{6}$

21. Pokud z posloupnosti čísel $1, 2, 3, \dots, n - 1, n$ odstraníme jedno číslo, aritmetický průměr zbývajících čísel bude 4,75. Které číslo máme odstranit?

- (A) 5 (B) 7 (C) 8
(D) 9 (E) nelze jednoznačně určit

22. Ferda Mravenec stojí na vrcholu drátěného modelu krychle s hranou délky 1. Chce projít všechny hrany krychle a vrátit se na původní vrchol. Najdi nejkratší délku takové cesty.

- (A) 12 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 20

23. Uvažujme deset libovolných navzájem různých čísel. Pokud je mezi nimi číslo, které je rovno součinu zbývajících devíti, podtrhneme ho. Urči nejvyšší počet podtržených čísel v jednom takovém souboru deseti čísel.

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 9 (E) 10

24. Na přímce bylo modře vyznačeno několik bodů. Uvažujme všechny možné úsečky s modrými krajními body. Víme, že jeden z modrých bodů je vnitřním bodem 80 úseček a jiný je vnitřním bodem 90 úseček. Kolik modrých bodů bylo na přímce?

- (A) 20 (B) 22 (C) 80 (D) 90 (E) nelze určit

Správná řešení soutěžních úloh

JUNIOR 2015

Úlohy za 3 body

1 E, 2 E, 3 A, 4 A, 5 E, 6 C, 7 D, 8 C

Úlohy za 4 body

9 E, 10 D, 11 C, 12 A, 13 B, 14 A, 15 D, 16 B

Úlohy za 5 bodů

17 A, 18 C, 19 D, 20 C, 21 B, 22 D, 23 B, 24 B