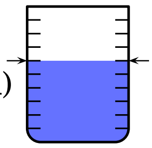
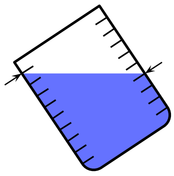
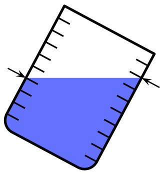
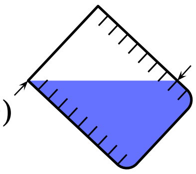
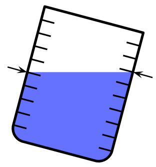
kategorie **Junior**

Úlohy za 3 body

1. Kolik různých součtů teček můžeme získat, pokud současně hodíme třemi standardními hracími kostkami?

(A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) 18

2. Pět shodných válcových sklenic je naplněno vodou. Čtyři z nich obsahují stejné množství vody. V obrázcích je úroveň hladiny vyznačena šipkami. Najděte sklenici, která obsahuje jiné množství vody.

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

3. Závod v triatlonu zahrnuje plavání, běh a cyklistiku. Jestliže závodník ujede na kole tři čtvrtiny celkové délky závodu, jednu pětinu uběhne a plave 2 km, jaká je celková délka závodu?

(A) 10 (B) 20 (C) 38 (D) 40 (E) 60

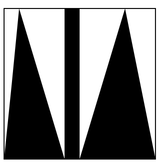
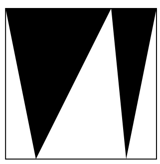
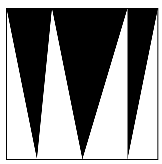
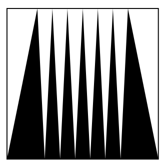
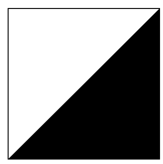
4. Místnost má pět oken. Kočka jedním oknem do místnosti vlezla a jiným vylezla ven. Kolika způsoby tak mohla učinit?

(A) 25 (B) 20 (C) 16 (D) 15 (E) 10

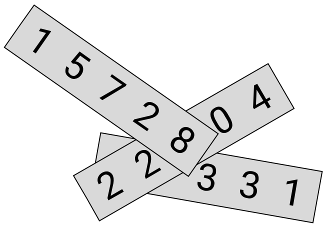
5. Tři klokani váží dohromady 97 kg. Každý z nich má jinou hmotnost, kterou lze vyjádřit přirozeným číslem. Určete největší možnou hmotnost nejlehčího klokana.

(A) 1 kg (B) 30 kg (C) 31 kg (D) 32 kg (E) 33 kg

6. Ve shodných čtvercích jsou tmavě vyznačeny dotýkající se trojúhelníky nebo rovnoběžníky s vrcholy na stranách čtverců. Ve kterém z obrázků je obsah tmavě vyznačené plochy největší?

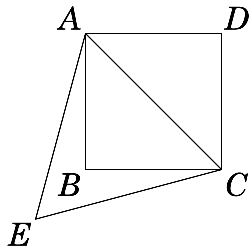
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

7. Na třech identifikačních štítcích jsou napsána pětimístná čísla, jejichž součet je 57 263. Které tři číslice jsou zakryty?



(A) 0, 2 a 2 (B) 2, 4 a 9 (C) 2, 7 a 8
(D) 5, 7 a 8 (E) 1, 2 a 9

8. V polorovině ACB je nad úhlopříčkou AC čtverce $ABCD$ sestrojen rovnostranný trojúhelník AEC. Určete velikost konvexního úhlu EBC.



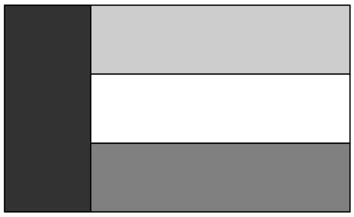
(A) 115° (B) 120° (C) 135° (D) 145° (E) 150°

Úlohy za 4 body

9. Čtyři různá přirozená čísla a, b, c, d mohou nabývat hodnot od 1 do 10. Určete nejmenší možnou hodnotu výrazu $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$.

(A) $\frac{2}{10}$ (B) $\frac{3}{19}$ (C) $\frac{14}{45}$ (D) $\frac{29}{90}$ (E) $\frac{25}{72}$

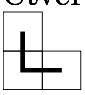
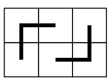
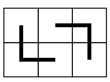
10. Vlajka Klokanské republiky má tvar obdélníku s poměrem délek stran 3 : 5, který je rozdělen na 4 obdélníky se shodnými obsahy, viz obrázek. V jakém poměru jsou délky stran bílého obdélníku?

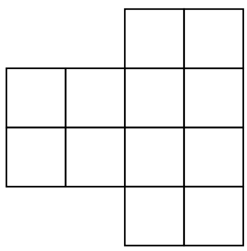


(A) 1 : 3 (B) 1 : 4 (C) 2 : 7 (D) 3 : 10 (E) 4 : 15

11. Pepa si ředí ovocnou šťávu vodou v poměru 1 : 7 (1 díl šťávy a 7 dílů vody). Šťávu má v litrové lahvi, která je naplněna do poloviny. Jakou část šťávy má Pepa použít k přípravě 2 litrů takto ředěného nápoje?

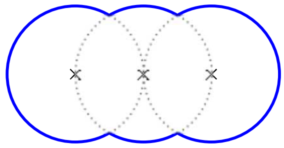
(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{2}{7}$ (C) $\frac{4}{7}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) Všechnu.

12. Čtverečkované obdélníkové pole 3×2 můžeme pokrýt L-útvary  dvěma způsoby, jak vidíte na obrázcích:  
Kolika způsoby lze pokrýt stejnými L-útvary obrázek vpravo?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 48

13. Jsou dány tři shodné kružnice o poloměru R, jejichž středy leží na jedné přímce a prostřední kružnice prochází středy obou sousedních kružnic, viz obrázek. Určete délku křivky, která je znázorněna plnou čarou.

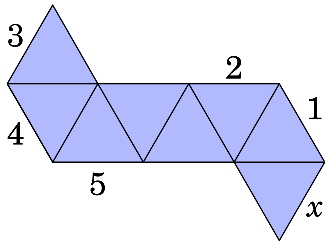


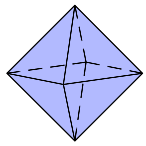
(A) $\frac{10\pi R}{3}$ (B) $\frac{5\pi R}{3}$ (C) $\frac{2\pi R\sqrt{3}}{3}$ (D) $2\pi R\sqrt{3}$ (E) $4\pi R$

14. 60 jablek a 60 hrušek má být rozděleno do balíčků tak, aby všechny balíčky obsahovaly stejný počet jablek, ale žádné dva balíčky neobsahovaly stejný počet hrušek. Jaký největší počet balíčků lze takto vytvořit?

(A) 20 (B) 15 (C) 12 (D) 10 (E) 6

15. Obrázek ukazuje síť pravidelného osmistěnu. Pokud osmistěn složíme, která strana sítě splyne se stranou označenou x?





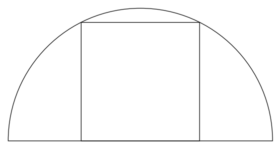
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

16. Sedmimístné telefonní číslo tvaru $\overline{aaabbbb}$ má ciferný součet, který je roven dvoumístnému číslu $\overline{ab}$. Určete součet $a + b$.

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

Úlohy za 5 bodů

17. Dva vrcholy čtverce na obrázku leží na polokružnici o poloměru 1 cm a zbývající dva na průměru této polokružnice. Určete obsah čtverce v cm^2.



(A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) 1 (D) $\frac{4}{3}$ (E) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

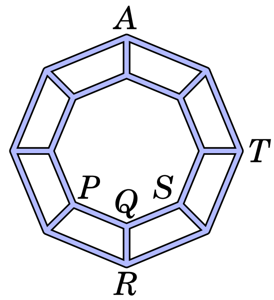
18. Na hrnčířském kruhu jsou vyznačeny dva body, první bod je o 3 cm dál od středu než druhý bod a jeho rychlost při otáčení je 2,5krát vyšší. Určete vzdálenost prvního bodu od středu hrnčířského kruhu.

(A) 5 cm (B) 6 cm (C) 8 cm (D) 9 cm (E) 10 cm

19. Kolik existuje rovin, které obsahují pouze tři vrcholy dané krychle?

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 12

20. Na obrázku vidíte mravenčí prolézačku. Mravenec Antonín nyní stojí na vrcholu A. Každým přesunem se může Antonín dostat z jednoho vrcholu na sousední, pokud mezi nimi existuje spojnice. Na kterém z písmenem označených vrcholů může Antonín skončit po 2019 přesunech?



(A) Jen na T. (B) Jen na P, R, S.
(C) Jen na P, R, S, T. (D) Na libovolném z označených vrcholů.
(E) Jen na Q.

21. Kolik nejméně čísel musíme vyřadit z množiny M, aby součin zbývajících čísel byl druhou mocninou přirozeného čísla?

$$M = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}.$$

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

22. Pro každé z trojmístných přirozených čísel a, b, c platí, že číslice na pozici stovek je stejná jako číslice na pozici jednotek. Dále platí $b = 2a + 1$ a zároveň $c = 2b + 1$. Kolik takových trojic přirozených čísel a, b, c existuje?

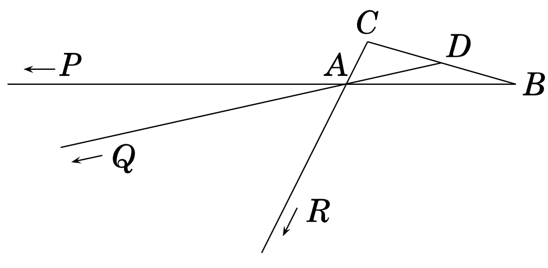
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) více než 3

23. Jarda přiřazuje každému vrcholu čtverce přirozené číslo, pro něž současně platí:
– každým dvěma sousedním vrcholům jsou přiřazena čísla, z nichž jedno je násobkem druhého.
– každým dvěma protilehlým vrcholům jsou přiřazena čísla, z nichž žádné není násobkem druhého.

Najděte nejmenší možný součet takových čtyř čísel.

(A) 12 (B) 24 (C) 30 (D) 35 (E) 60

24. Bod D je středem strany BC trojúhelníku ABC. Body P, Q, R leží po řadě na polopřímkách BA, DA, CA a platí $|AP| = 2 \cdot |AB|$, $|AQ| = 3 \cdot |AD|$, $|AR| = 4 \cdot |AC|$, viz obrázek. Označme S obsah trojúhelníku ABC. Vyjádřete pomocí S obsah trojúhelníku PQR.



(A) S (B) $2S$ (C) $3S$
(D) $\frac{1}{2}S$ (E) 0 (neboť P, Q, R leží na přímce).