

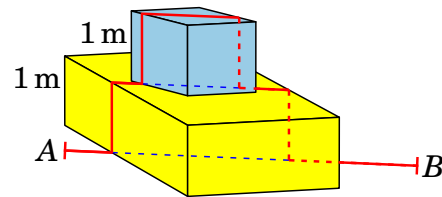


Úlohy za 3 body

1. Určete součet posledních dvou číslic hodnoty výrazu  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ .

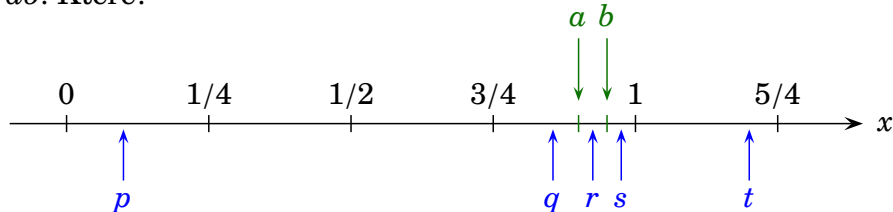
- (A) 2                      (B) 4                      (C) 6                      (D) 8                      (E) 16

2. Mravenec každý den lezl z bodu  $A$  do bodu  $B$  po vodorovné podlaze po úsečce délky 5 m. Jednou se v cestě objevila překážka složená ze dvou kvádrů s výškami 1 m. Mravenec tentokrát leze po úsečce  $AB$  nebo přímo nad ní, přitom stejně jako na obrázku přelézá oba kvádry. Kolik metrů měří délka této cesty?



- (A)  $9 - 2\sqrt{2}$                       (B) 7                      (C) 9                      (D) 10                      (E)  $5 + 4\sqrt{2}$

3. Robert přesně vyznačil na číselné ose čísla  $a$  a  $b$ . Jedno z čísel  $p, q, r, s, t$  je rovno součinu  $ab$ . Které?



- (A)  $p$                       (B)  $q$                       (C)  $r$                       (D)  $t$                       (E)  $s$

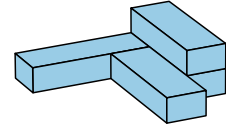
4. Pro přirozená čísla  $a, b, c$  platí  $a \leq b \leq c$  a  $abc = 1\,000\,000$ . Určete největší možnou hodnotu  $b$ .

- (A) 100                      (B) 250                      (C) 500                      (D) 1 000                      (E) 2 000

5. Na stole leží vedle sebe pět mincí, všechny lícem nahoru. V každém kroku vybereme právě tři z nich a převrátíme je. Najděte nejmenší počet kroků, po nichž mohou být všechny rubem nahoru.

- (A) 3                      (B) 4                      (C) 5  
(D) 8                      (E) není možno je takto převrátit

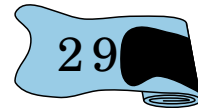
6. Čtyři shodné kvádry jsou k sobě slepeny jako na obrázku. K natření jednoho takového samostatného kvádra potřebujeme právě jeden litr barvy. Kolik litrů barvy potřebujeme k natření slepeného tělesa?



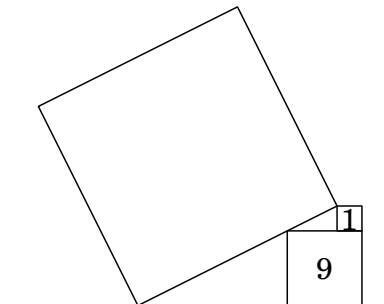
- (A) 3                    (B) 3,25                    (C) 3,5                    (D) 3,75                    (E) 4
7. Každá ze dvou hracích kostek má dvě stěny červené, dvě modré a dvě bílé. Určete pravděpodobnost, že při hoďu oběma kostkami padnou na obou stejné barvy.
- (A)  $\frac{1}{12}$                     (B)  $\frac{1}{9}$                     (C)  $\frac{1}{6}$                     (D)  $\frac{2}{9}$                     (E)  $\frac{1}{3}$
8. Jsou-li  $a$ ,  $b$  a  $c$  celá čísla, které z následujících čísel nemůže být hodnotou výrazu  $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$ ?
- (A) 0                    (B) 1                    (C) 2                    (D) 6                    (E) 8

**Úlohy za 4 body**

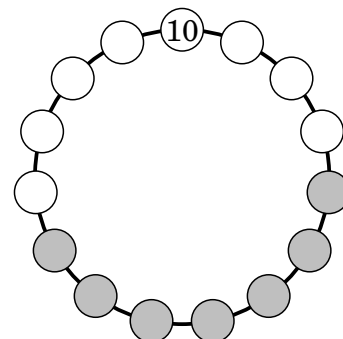
9. Stomístné číslo začíná číslicemi 29. Kolik míst má jeho druhá mocnina?



- (A) 101                    (B) 199                    (C) 200  
(D) 201                    (E) nelze přesně určit
10. Čtverce na obrázku se vzájemně dotýkají. Nejmenší čtverec má s každým ze zbývajících čtverců společný vrchol. Čísla v menších čtvercích udávají jejich obsahy. Vypočtete obsah největšího čtverce.
- (A) 49    (B) 80    (C) 81    (D) 82    (E) 100



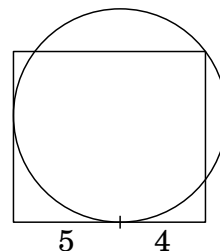
11. Matouš má do každého z 15 polí na kružnici v obrázku zapsat celé číslo tak, aby jedním z nich bylo číslo 10. Přitom součet čísel v každých sedmi sousedících polích má být stejný; jedna z takových sedmic je vyznačena šedě. Pokud Matouš sečte všech 15 zapsaných čísel, kolik ze součtů 75, 216, 365 a 2020 může obdržet?



- (A) žádný    (B) jeden    (C) dva    (D) tři    (E) čtyři
12. Pro členy posloupnosti  $(f_n)$  platí  $f_1 = 1$ ,  $f_2 = 3$  a  $f_{n+2} = f_n + f_{n+1}$  pro  $n \geq 1$ . Kolik sudých čísel je mezi prvními 2020 členy této posloupnosti?
- (A) 673                    (B) 674                    (C) 1010                    (D) 1011                    (E) 1347

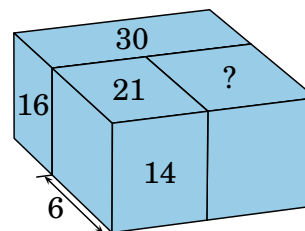
13. Kružnice se dotýká dvou stran obdélníku a prochází jedním jeho vrcholem. Vzdálenosti bodu dotyku od vrcholů obdélníku, které jsou krajními body jedné dotýkající se strany, jsou 5 a 4, viz obrázek. Určete obsah obdélníku.

- (A)  $25\pi$  (B)  $27\pi$  (C) 63  
(D) 72 (E) žádný z předcházejících



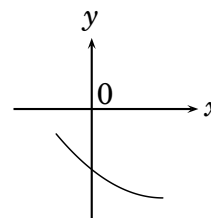
14. Kvádr na obrázku je složen ze tří menších kvádrů. Hrana jednoho z nich má délku 6 a obsahy čtyř vyznačených stěn jsou 14, 21, 16 a 30. Určete obsah stěny označené otazníkem.

- (A) 18 (B) 24 (C) 28  
(D) 30 (E) nelze určit



15. Na obrázku vidíte část paraboly  $y = ax^2 + bx + c$ . Které z následujících čísel je kladné?

- (A)  $c$  (B)  $b + c$  (C)  $ab$  (D)  $ac$  (E)  $bc$



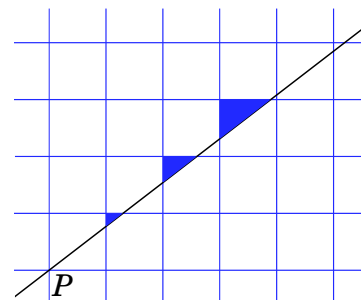
16. Přirozené číslo  $N$  je dělitelné až na dvě všemi čísly od 2 do 11. Která dvě čísla to mohou být?

- (A) 2 a 3 (B) 4 a 5 (C) 6 a 7 (D) 7 a 8 (E) 10 a 11

### Úlohy za 5 bodů

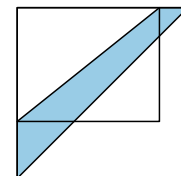
17. Jarda nakreslil do čtvercové sítě přímku, která prochází mřížovým bodem  $P$ , a vybarvil tři trojúhelníky podle obrázku. Který z následujících výrazů udává postupný poměr jejich obsahů?

- (A) 1 : 2 : 3 (B) 1 : 2 : 4  
(C) 1 : 3 : 9 (D) 1 : 4 : 8  
(E) žádný z předcházejících



18. Jednu stranu obdélníkové zahrady jsme prodloužili o 20 %, sousední o 50 %, čímž jsme získali čtvercovou zahradu jako na obrázku. Vyznačená oblast mezi úhlopříčkami staré a nové zahrady má obsah  $30 \text{ m}^2$ . Určete obsah původní obdélníkové zahrady.

- (A)  $55 \text{ m}^2$  (B)  $60 \text{ m}^2$  (C)  $65 \text{ m}^2$  (D)  $70 \text{ m}^2$  (E)  $75 \text{ m}^2$



<sup>?</sup> Tato úloha 16 nebyla kvůli špatnému zadání v roce 2020 do hodnocení započítána. Zde je již uveden správný text.

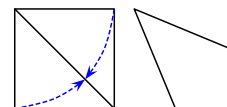
19. Cukrárna ráno nabízela 16 druhů zmrzliny, Alena si z nich vybrala 2 druhy. Večer se počet nabízených druhů zmenšil o několik vyprodaných. Bořek si ze zbylých vybírá 3 druhy, přitom má počet možných kombinací stejný, jako měla Alena ráno. Kolik druhů zmrzliny je vyprodáno?

(A) 2                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 5                      (E) 6

20. Tonda má v krabici k dispozici 71 žetonů. V každém kroku buď může z krabice vyjmout 30 žetonů, nebo do ní 18 žetonů vrátit. Určete nejmenší možný počet žetonů, který může Tondovi v krabici zůstat po několika krocích.

(A) 1                      (B) 3                      (C) 5                      (D) 7                      (E) 11

21. Vojta přeložil čtvercový list papíru s obsahem 1 tak, že jeho sousední strany umístil na úhlopříčku, jak vidíte na obrázku. Určete obsah vzniklého čtyřúhelníku.

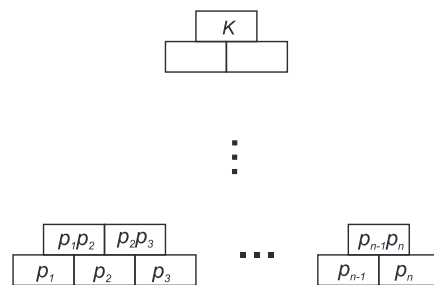


(A)  $2 - \sqrt{2}$                       (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       (C)  $\sqrt{2} - 1$                       (D)  $\frac{7}{10}$                       (E)  $\frac{3}{5}$

22. Ledová kra má tvar krychle. Právě 90 % jejího objemu se nachází pod vodou. V jednu chvíli jsou nad vodou vidět části právě tří jejích hran. Tyto části mají délky 24 m, 25 m a 27 m. Určete délku hrany kry.

(A) 30 m                      (B) 33 m                      (C) 34 m                      (D) 35 m                      (E) 39 m

23. V polích dolního řádku pyramidy na obrázku jsou zleva doprava napsána navzájem různá prvočísla  $p_1$  až  $p_n$ . V dalších řádcích je v každém poli pyramidy zapsán součin dvou čísel z polí ležících bezprostředně pod ním. V nejvyšším poli pyramidy je číslo  $K = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_n^{a_n}$ . Je-li  $a_2 = 8$ , určete počet polí s čísly dělitelnými číslem  $p_4$ .



(A) 4                      (B) 16                      (C) 24                      (D) 28                      (E) 36

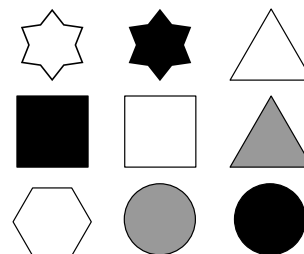
24. Anka a Bětka vyzvídají, který z obrázků vpravo se líbí Kláře. Anka ví, že Klára prozradila Bětce jeho tvar. Bětka ví, že Klára pověděla Ance jeho barvu (bílou, šedou, černou). Proběhla následující konverzace.

Anka: „Neznám Klářin oblíbený obrázek a vím, že ani Bětka ho nezná.“

Bětka: „Nejprve jsem neznala Klářin oblíbený obrázek, ale teď ho znám.“

Anka: „Už ho znám taky.“

Který obrázek se líbí Kláře?



(A)                       (B)                       (C)                       (D)                       (E) 

## Správná řešení soutěžních úloh

### STUDENT 2020

Úlohy za 3 body

1 D, 2 C, 3 B, 4 D, 5 A, 6 A, 7 E, 8 B,

Úlohy za 4 body

9 B, 10 B, 11 A, 12 A, 13 D, 14 B, 15 E, 16 D,

Úlohy za 5 bodů

17 E, 18 E, 19 E, 20 C, 21 A, 22 A, 23 C, 24 E.