# Matematický KLOKAN 2021

www.matematickyklokan.net

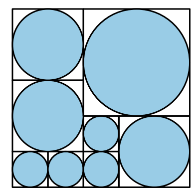
## kategorie **Student**

### Úlohy za 3 body

**1.** Krychle o objemu 1 $dm^3$ byla rozříznuta na dva shodné pravidelné čtyřboké hranoly. Určete povrch jednoho z nich.

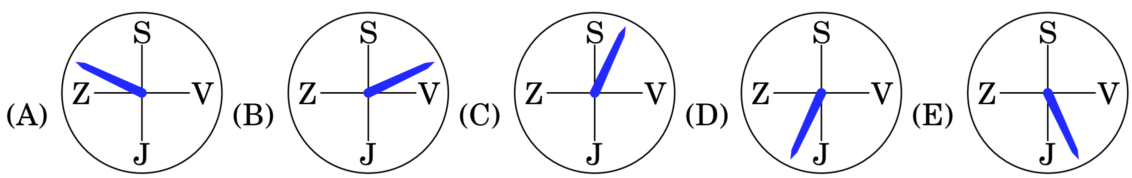
(A) 1,5 $dm^2$ (B) 2 $dm^2$ (C) 3 $dm^2$ (D) 4 $dm^2$ (E) 5 $dm^2$

**2.** Velký čtverec byl rozdělen na menší čtverce podle obrázku. Každému z nich je vepsán vybarvený kruh. Jaká část původního čtverce je obarvena?



(A) $\frac{8\pi}{9}$ (B) $\frac{13\pi}{16}$ (C) $\frac{3}{\pi}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{\pi}{4}$

**3.** Noční vichřice naklonila vlajkový stožár na školní budově. Při pohledu ze severozápadu se sklání napravo, při pohledu z východu se také naklání vpravo. Který z obrázků znázorňuje možný půdorys stožáru?



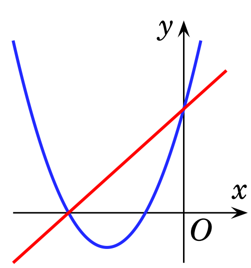

**4.** Kolik trojmístných čísel dělitelných třemi můžeme vytvořit z číslic 1, 3 a 5? Číslice lze použít vícekrát.

(A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 18 (E) 27

**5.** Vypočtěte obsah trojúhelníku s vrcholy $[p, q]$, $[3p, q]$, $[2p, 3q]$, kde $p, q > 0$.

(A) $\frac{1}{2}pq$ (B) $pq$ (C) $2pq$ (D) $3pq$ (E) $4pq$

**6.** Na obrázku je parabola o rovnici $y = ax^2 + bx + c$, kde $a$, $b$ a $c$ jsou různá reálná čísla. Přímka protíná parabolu na záporné poloose $x$ a kladné poloose $y$. Která z následujících rovnic může být rovnicí této přímky?




(A) $y = bx + c$ (B) $y = cx + b$ (C) $y = ax + b$
(D) $y = ax + c$ (E) $y = cx + a$

**7.** Obdélníkový list papíru má strany délek $x$ a $y$, kde $x > y$. Tento list představuje plášť dvou rotačních válců. Určete poměr objemu vyššího ku objemu nižšího válce.

(A) $y^2 : x^2$ (B) $y : x$ (C) $1 : 1$ (D) $x : y$ (E) $x^2 : y^2$

**8.** Uvažujme dvě sjednocení intervalů $A = (0; 1) \cup (2; 3)$ a $B = (1; 2) \cup (3; 4)$. Určete množinu všech čísel tvaru $a + b$, kde $a \in A$ a $b \in B$.

(A) $(1; 7)$ (B) $(1; 5) \cup (5; 7)$ (C) $(1; 3) \cup (3; 7)$
(D) $(1; 3) \cup (3; 5) \cup (5; 7)$ (E) žádná z předchozích

## Úlohy za 4 body

**9.** Jakou část dělitelů čísla $7!$ tvoří lichá čísla?

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{1}{6}$

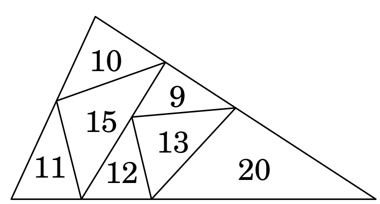
**10.** Když zapíšeme číslice trojmístného čísla v opačném pořadí, dostaneme číslo o 99 větší než původní číslo. Kolik takových trojmístných čísel existuje?

(A) 8 (B) 64 (C) 72 (D) 80 (E) 81

**11.** Do řádku zapíšeme v nějakém pořadí prvních 1000 přirozených čísel. Pro každou trojici sousedních čísel vypočteme jejich součet. Určete největší možný počet lichých čísel mezi těmito součty.

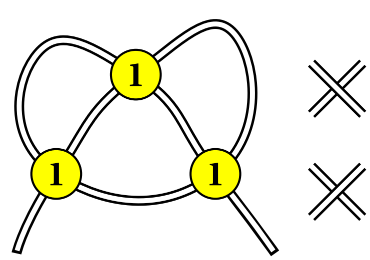
(A) 997 (B) 996 (C) 995 (D) 994 (E) 993

**12.** Velký trojúhelník na obrázku je rozdělen na sedm menších trojúhelníků. Číslo uvnitř každého z nich udává jeho obvod. Zjistěte obvod velkého trojúhelníku.




(A) 31 (B) 34 (C) 41
(D) 62 (E) žádný z předchozích

**13.** Na stole leží provázek a na něm tři mince (viz obrázek). Pod každou z mincí se provázek kříží jedním ze zobrazených způsobů. Vypočtěte pravděpodobnost vytvoření uzlu po zatažení za oba konce provázku.

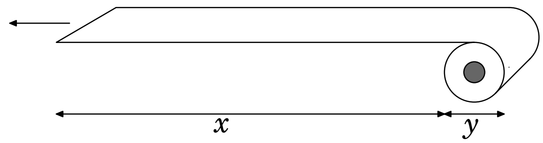


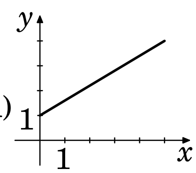
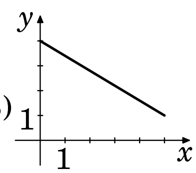
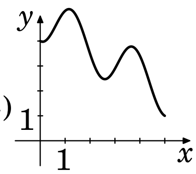
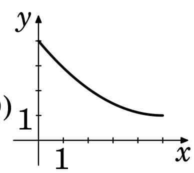
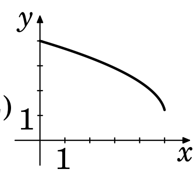

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{3}{8}$

**14.** Označme $p(n)$ součin všech číslic desítkového zápisu přirozeného čísla $n$. Například $p(23) = 2 \cdot 3 = 6$. Vypočtěte $p(10) + p(11) + p(12) + \ldots + p(99) + p(100)$.

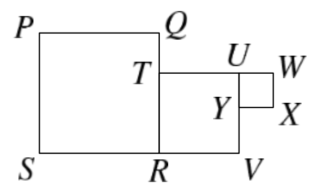
(A) 2025 (B) 4500 (C) 5005 (D) 5050 (E) jiný součet

**15.** Rozpustilé štěně uchopilo konec toaletního papíru a rozběhlo se vyznačeným směrem. Jeden z uvedených obrázků znázorňuje závislost průměru $y$ role na délce $x$ odmotaného papíru. Který?




(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

**16.** Na obrázku jsou tři čtverce $PQRS$, $TUVR$ a $UWXY$ dotýkající se stranami. Body $P$, $T$ a $X$ leží na téže přímce. Obsahy čtverců $PQRS$ a $TUVR$ jsou po řadě 36 a 16. Určete obsah trojúhelníku $PXV$.




(A) $14\frac{2}{3}$ (B) $15\frac{1}{3}$ (C) 16 (D) $17\frac{2}{3}$ (E) 18

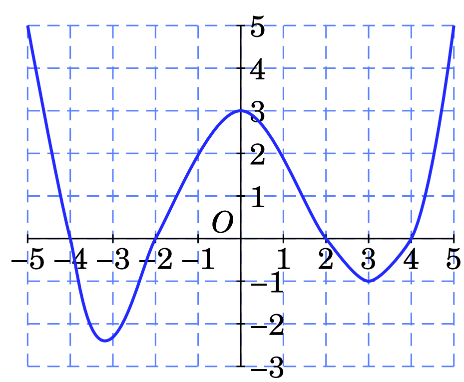
## Úlohy za 5 bodů

**17.** Tabulka 5×5 byla vyplněna přirozenými čísly. Přitom součty čísel v každém řádku i v každém sloupci si byly rovny. Na obrázku vidíte některá z těchto čísel. Které číslo bylo ve tmavém poli?

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 16 | | 22 | |
| 20 | | 21 | | 2 |
| | 25 | | 1 | |
| 24 | | 5 | | 6 |
| | 4 | | | |

(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 18 (E) 23

**18.** Na obrázku je graf reálné funkce $f$ s definičním oborem $\langle -5; 5\rangle$. Kolik řešení má rovnice $f(f(x)) = 0$?



(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 7 (E) 8

**19.** Na tabuli byla napsána čísla 1, 2, 7, 9, 10, 15 a 19. Dva hráči střídavě mazali po jednom čísle, až na tabuli zbylo jediné číslo. Součet čísel smazaných jedním hráčem byl dvojnásobkem součtu čísel smazaných druhým hráčem. Které číslo na tabuli zůstalo?

(A) 7 (B) 9 (C) 10 (D) 15 (E) 19

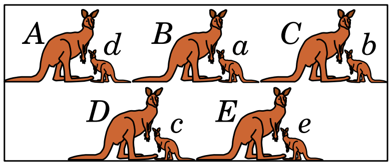
**20.** Funkce $f$ je definována následujícím způsobem:

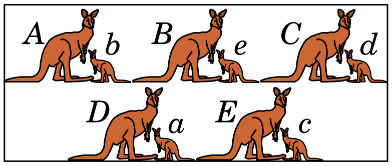
$f(1) = 2$ a pro všechna reálná čísla $x$ a $y$ platí $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$.

Vypočtěte $\dfrac{f(2)}{f(1)} + \dfrac{f(3)}{f(2)} + \ldots + \dfrac{f(2021)}{f(2020)}$.

(A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 2 (D) 2020 (E) jiné číslo

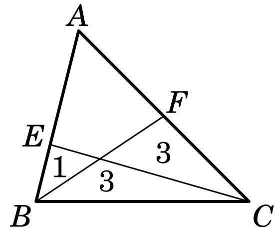
**21.** Pět klokanic $A, B, C, D$ a $E$ má po jednom klokáněti $a, b, c, d$ a $e$. Na horní skupinové fotografii stojí právě dvě klokáňata vedle svých matek, na dolní fotografii tak stojí právě tři klokáňata. Která klokanice má klokáně $a$?




(A) $A$ (B) $B$ (C) $C$ (D) $D$ (E) $E$

**22.** Trojúhelník $ABC$ na obrázku byl rozdělen úsečkami na čtyři části. Čísla ve třech z nich udávají jejich obsahy. Určete obsah trojúhelníku $ABC$.

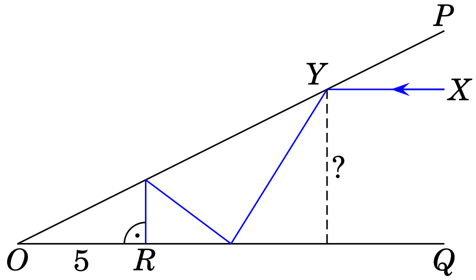



(A) 12 (B) 12,5 (C) 13 (D) 13,5 (E) 14

**23.** Nechť pro libovolné reálné číslo $k$ je $M(k)$ maximem funkce $y = |4x^2 - 4x + k|$ pro $x$ z intervalu $\langle -1; 1\rangle$. Najděte nejmenší možnou hodnotu $M(k)$.

(A) 4 (B) $\frac{9}{2}$ (C) 5 (D) $\frac{11}{2}$ (E) 8

**24.** Rovinná zrcadla $OP$ a $OQ$ svírají podobně jako na obrázku ostrý úhel. Paprsek $XY$ rovnoběžný se zrcadlem $OQ$ se odrazí od zrcadla $OP$ v bodě $Y$. Po odrazech od zrcadel $OQ$ a $OP$ kolmo dopadne na zrcadlo $OQ$ v bodě $R$. Délka úsečky $OR$ je 5. Určete vzdálenost paprsku $XY$ od zrcadla $OQ$.




(A) 4 (B) 4,5 (C) 5 (D) 5,5 (E) 6

**Správná řešení soutěžních úloh**

**STUDENT 2021**

Úlohy za 3 body
1 D, 2 E, 3 A, 4 C, 5 C, 6 D, 7 B, 8 D,

Úlohy za 4 body
9 D, 10 D, 11 A, 12 B, 13 B, 14 A, 15 E, 16 C,

Úlohy za 5 bodů
17 B, 18 E, 19 B, 20 E, 21 D, 22 A, 23 B, 24 C.