

2. Úlohy z mechaniky

2.1 Měření hustoty látek

1. Stanovení hustoty tělesa přímou metodou

Úkol

Stanovte hustotu tělesa přímou metodou.

Prostudujte



BROŽ, J. *Základy fyzikálních měření*. 1. vyd. Praha: SPN, 1983, čl. 2.1.4, 2.1.1.4.

Princip měření

Hustota ρ homogenní látky je definována jako poměr její hmotnosti m a objemu V , který látka zaujímá,

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1)$$

Ze vzorce (1) lze hustotu stanovit přímo, zvážíme-li hmotnost látky m a zjistíme-li její objem V . Objem těles jednoduchých geometrických tvarů lze určit měřením délkových rozměrů a výpočtem. V ostatních případech se pro přímé měření objemů kapalin a do kapalin ponořených pevných těles užívají různé měrné nádoby (např. odměrný válec). Pokud však musíme ke stanovení objemu užít odměrnou nádobu, bývá přímá metoda měření hustoty málo přesná (relativní chyba při měření objemu bývá nejméně 1 % a více; přesnost vážení, která se pohybuje zhruba kolem 0,1 %, zůstane tak nevyužita). Proto při přesnějším měření hustoty nahrazujeme málo přesné přímé metody metodami nepřímými, u kterých měření objemu zpravidla nahrazujeme druhým vážením (viz další části úlohy).

Potřeby

Elektronické váhy, posuvné měřítko, mikrometr, pravidelné těleso ze zkoumané látky.

Postup měření

1. Těleso zvažte na elektronických vahách.
2. Změřte rozměry tělesa posuvným měřítkem nebo mikrometrem. Měření daného rozměru tělesa proveďte nejméně pětkrát a to na jeho různých místech.
3. Podle vzorce pro výpočet objemu pravidelného tělesa vypočítejte jeho objem.
4. Ze změřených hodnot rozměrů tělesa (výška tělesa, poloměr podstavy, délka hrany krychle atd.) vypočítejte průměrné hodnoty, dosadte je do příslušného vzorce a určete objem tělesa.
5. Podle vztahu (1) určete hustotu tělesa.
6. V Tabulkách nalezněte hustotu látky, z jaké bylo měřené těleso pravděpodobně vyrobeno.
7. Relativní chybu měření hustoty (jedná se o chybu nepřímého měření) určete např. pomocí maximální chyby výsledku pomocí výrazu

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \left| \frac{\Delta m}{m} \right| + \left| \frac{\Delta V}{V} \right|.$$

Ve výrazu sčítáme relativní chybu měření hmotnosti, ta bude v tomto případě velmi malá, nebo zanedbatelná, a relativní chybu objemu. Relativní chybu objemu V zjistíte opět jako chybu nepřímého měření, neboť objem V počítáme podle vztahu pro pravidelné geometrické těleso. Např. pro krychli použijeme vztah $V = a^3$, tedy

$$\frac{\Delta V}{V} = 3 \cdot \frac{\Delta a}{a},$$

kde Δa je dáno přesností použitého délkového měřidla (zpravidla uvažujeme velikost nejmenšího dílku nebo polovinu nejmenšího dílku).

8. Z relativní chyby hustoty určete chybu absolutní. Výsledek měření hustoty uveďte ve tvaru

$$\rho = (7\,700 \pm 30) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \text{ s relativní chybou } 0,39 \, \%.$$

Poznámka



- Pokud s posuvným měřítkem či mikrometrem neumíte pracovat, naleznete podrobný popis práce s těmito měřidly v doporučené literatuře
BROŽ, J. *Základy fyzikálních měření*. 1. vyd. Praha: SPN, 1983, čl. 2.1.1.1.

Kontrolní otázky

- Jak se změní přesnost měření, použijeme-li místo elektronických vah váhy praktické (technické)?
- Jak se změní přesnost měření, použijeme-li místo posuvného měřítka mikrometr?

2. Stanovení hustoty drobných tělísek pomocí pyknometru**Úkoly**

1. Stanovte hustotu drobných tělísek pomocí pyknometru.
2. Pomocí tabulek určete látku, z níž jsou tělíska zhotovena.

Prostudujte

BROŽ, J. *Základy fyzikálních měření*. 1. vyd. Praha: SPN, 1983, čl. 2.1.4.1b, 2.1.1.4.

Princip měření

Pro stanovení hustoty drobných tělísek se používá *metoda pyknometrická*. Pyknometr je baňka se zabroušenou zátkou, v níž je kapilární otvor. Daný objem kapaliny je v pyknometru obsažen tehdy, je-li pyknometr uzavřen zátkou a odtekla-li přebytečná kapalina kapilárou. Pyknometrem lze vymezit objem kapaliny s přesností přibližně na 0,01 % (při dané teplotě, která je vždy na pyknometru vyznačena).

Objem tělísek se stanoví z hmotnosti kapaliny, která z pyknometru vyteče, vložíme-li do něho měřená tělíska. Za kapalinu pro měření volíme nejčastěji destilovanou vodu. Hustotu tělísek potom zjišťujeme trojím vážením, tj. zvážíme pyknometr naplněný destilovanou vodou (m_1). Dále zvážíme pyknometr naplněný destilovanou vodou a vedle pyknometru umístíme na misku také tělíska (m_2). Nakonec vložíme do pyknometru s vodou tělíska a opět zvážíme (m_3). Hmotnost tělísek potom je

$$m = m_2 - m_1,$$

hmotnost vytlačené kapaliny z pyknometru

$$m_k = m_2 - m_3.$$

Odtud hustota tělísek je

$$\rho = \frac{m_2 - m_1}{m_2 - m_3} (\rho_k - \sigma) + \sigma, \quad (2)$$

kde ρ_k je hustota destilované vody za dané teploty, σ je hustota vzduchu za dané teploty a tlaku.

Potřeby

Analytické váhy, pyknometr, teploměr, destilovaná voda, měřená tělíska.

Postup měření

1. Změřte teplotu v místnosti a teplotu destilované vody.
2. Naplňte pyknometr destilovanou vodou, opatrně nasad'te zátku tak, aby přebytečná kapalina vytékala kapilárou, a zkontrolujte, nezůstala-li v pyknometru vzduchová bublina. Pyknometr opatrně osušte. Kapilára musí být až do konce plná vody. Při manipulaci s pyknometrem jej držte opatrně za krček, abyste zbytečně nezahřívali jeho obsah.
3. Zvažte pyknometr naplněný destilovanou vodou na analytických vahách (m_1).
4. Zvažte pyknometr s měřenými tělísky položenými na misce vah (m_2). Hmotnost tělísek bychom mohli určit také jejich samostatným zvážením, ale tento způsob určení hmotnosti má tu výhodu, že všechna vážení provádíme za zhruba stejné citlivosti vah.
5. Zvažte pyknometr naplněný vodou s tělísky uvnitř (m_3). Při vkládání tělísek do pyknometru musíte dávat pozor, aby se jednalo o stejná tělíska jako při vážení v bodě 4. Po vložení tělísek do pyknometru je třeba pečlivě odstranit všechnu odtečenou vodu (pyknometr osušte).
6. Ze změřených hmotností m_1 , m_2 , m_3 a zjištěné hustoty vzduchu σ za dané teploty (naleznete ji v tabulkách jako hustotu suchého vzduchu) určete podle vztahu (2) hustotu tělísek.
7. Hustotu destilované vody ρ_k za dané teploty je možno vyhledat v tabulce 2.1 nebo lze použít vzorce,

$$\rho_t = \rho_0 [1 - \beta(t - t_0)],$$

kde ρ_t je hustota kapaliny při teplotě t a ρ_0 je hustota kapaliny při teplotě t_0 . Konstantu β naleznete v tabulkách.

8. V tabulkách naleznete hustotu látky, z jaké bylo tělísko pravděpodobně vyrobeno a tuto skutečnost nezapomeňte zapsat do závěru protokolu.
9. Určete absolutní a relativní chybu měření hustoty tělísek (jedná se opět o chybu nepřímého měření). Chybu při určování hustoty destilované vody a hustoty suchého vzduchu lze zanedbat.

Závislost hustoty destilované vody na teplotě

$T (^{\circ}\text{C})$	$\rho_k (\text{kg.m}^{-3})$	$T (^{\circ}\text{C})$	$\rho_k (\text{kg.m}^{-3})$	$T (^{\circ}\text{C})$	$\rho_k (\text{kg.m}^{-3})$
0	999,841	11	999,606	22	997,772
1	999,900	12	999,498	23	997,540
2	999,941	13	999,377	24	997,299
3	999,965	14	999,244	25	997,047
4	999,973	15	999,099	26	996,786
5	999,963	16	998,943	27	996,515
6	999,941	17	998,775	28	996,235
7	999,901	18	998,596	29	995,946
8	999,849	19	998,406	30	995,649
9	999,782	20	998,205		
10	998,701	21	997,994		

Tab. 2.1: Závislost hustoty destilované vody na teplotě

Poznámky



- Pokud jste dosud neměli možnost pracovat s analytickými vahami, seznamte se s jejich popisem v doporučené literatuře (BROŽ, J. *Základy fyzikálních měření*. 1. vyd. Praha: SPN, 1983, čl. 2.1.3.1.)
- Podrobnější popis práce s analytickými vahami, které budete používat při vlastním měření, je uveden v Příloze 1.

Promyslete si posloupnost jednotlivých kroků, které budete při měření provádět (také s ohledem na úkol 3). Pokud budete potřebovat zjistit hmotnost prázdného pyknometru, musí být pyknometr zcela vysušený, tj. nesmí v něm zůstat ani kapka vody. Vysušování pyknometru je možné provádět pomocí vysoušeče vlasů. Pokud použijete příliš horký vzduch, mějte na mysli, že se teplota pyknometru může zvýšit, a nebudou tak dodrženy podmínky nutné pro přesné měření.

Kontrolní otázky



- Odvoďte podrobně výše uvedený vztah pro výpočet hustoty tělísek (2).
- Odvození uveďte do protokolu.
- korekci vážení na vztlak se dozvíte více v doporučené literatuře (BROŽ, J. *Základy fyzikálních měření*. 1. vyd. Praha: SPN, 1983, čl. 2.1.3.7.)

3. Určení hustoty neznámé kapaliny pomocí pyknometru

Úkoly

1. Určete hustotu neznámé kapaliny pomocí pyknometru.
2. Pomocí tabulek určete, o jakou kapalinu se může jednat

Prostudujte



BROŽ, J. *Základy fyzikálních měření*. 1. vyd. Praha: SPN, 1983, čl. 2.1.4.2.

Princip měření

Podobně jako hustotu pevných látek lze i hustotu kapalin měřit různými metodami. Nejběžněji je používána metoda pyknometrická, metoda ponorného tělíska (Mohrovy vážky) a měření hustoty kapalin pomocí hustoměrů. V následujícím výkladu popíšeme podrobněji metodu pyknometrickou, kterou použijeme pro stanovení hustoty neznámé kapaliny.

Pyknometrická metoda spočívá v porovnání hmotnosti stejného objemu měřené kapaliny a kapaliny o známé hustotě. Stejný objem je vymezen pyknometrem.

Hustotu neznámé kapaliny ρ kapaliny můžeme pyknometrem stanovit zvážením pyknometru naplněného měřenou (neznámou) kapalinou (m_1) a téhož pyknometru naplněného kapalinou o známé hustotě (m_2). Hmotnost kapaliny je dána rozdílem hmotnosti pyknometru s kapalinou a prázdného pyknometru (m_0). Poměr hmotností téhož objemu různých kapalin je stejný jako poměr jejich hustot. Odtud plyne

$$\rho = \frac{m_1 - m_0}{m_2 - m_0} \rho_k.$$

Provedeme-li opravu na vztlak, dostaneme

$$\rho = \frac{m_1 - m_0}{m_2 - m_0} (\rho_k - \sigma) + \sigma, \quad (3)$$

kde ρ_k je hustota destilované vody za dané teploty, σ je hustota vzduchu za dané teploty a tlaku.

Pomůcky

Analytické váhy, závaží, pyknometr, destilovaná voda, neznámá kapalina, teploměr.

Kontrolní otázky



- Odvoďte výše uvedený vztah (3) pro výpočet hustoty neznámé kapaliny.
- Odvození uveďte do protokolu.

Postup měření

1. Změřte teplotu v místnosti a teplotu destilované vody.
2. Na analytických vahách zvažte čistý, suchý pyknometr (m_0).
3. Pyknometr naplňte měřenou kapalinou, osušte a zvažte na analytických vahách (m_1).
4. Pyknometr důkladně vypláchněte, vysušte, naplňte destilovanou vodou, znovu osušte a zvažte (m_2).
5. Ze změřených hmotností m_0 , m_1 , m_2 a zjištěné hustoty vzduchu σ za dané teploty určete podle vztahu (3) hustotu neznámé kapaliny.
6. Hustotu destilované vody ρ_k za dané teploty určete stejným způsobem jako v předchozím úkolu 2.
7. Z tabulek určete, o jakou kapalinu by se mohlo jednat (uveďte do závěru protokolu).
8. Určete absolutní a relativní chybu měření hustoty kapaliny (jedná se opět o chybu nepřímého měření). Chybu při určování hustoty destilované vody a hustoty suchého vzduchu lze zanedbat.

Poznámky



- Pro určení hustoty neznámé kapaliny můžete též použít sadu hustoměrů, která je v laboratoři k dispozici. Můžete si tak ověřit správnost vašeho měření a výpočtů.

4. Určení hustoty pevné látky hydrostatickou metodou

Úkoly

1. Určete hustotu pevné látky hydrostatickou metodou.
2. Pomocí tabulek určete, o jakou látku se jedná.

Prostudujte



BROŽ, J. *Základy fyzikálních měření*. 1. vyd. Praha: SPN, 1983, čl. 2.1.4.1a.

Princip měření

Hustotu pevné látky lze také jednoduše stanovit *hydrostatickou metodou*. Hydrostatická metoda spočívá ve dvojím vážení tělesa, jehož hustotu ρ hledáme. Měření provádíme vážením měřeného tělesa na vzduchu (m) a v kapalině o známé hustotě (m_1). Vážení se provádí na rovnoramenných váhách, jež jsou přizpůsobeny k zavěšení váženého tělesa a k ponoření do kapaliny (tzv. hydrostatické váhy). Ty můžeme snadno nahradit technickými váhami, u nichž nad jednu misku postavíme dřevěný můstek tak, aby nepřekážel pohybům misky. Na můstek umístíme kádinku s destilovanou vodou a měřené těleso připevníme pomocí závěsu na misku tak, aby se volně vznášelo v kapalině. Hustotu tělesa ρ zjistíme podle vzorce

$$\rho = \frac{m}{m - m_1}(\rho_k - \sigma) + \sigma. \quad (4)$$

Kontrolní otázky



- Odvoďte výše uvedený vztah (4) pro výpočet hustoty neznámého tělesa (uveďte do protokolu)! Při odvození uvažujte vztakovou sílu působící na těleso ve vodě a na vzduchu.
- Podrobnější informace o odvození vztahu (4) naleznete v doporučené literatuře BROŽ, J. *Základy fyzikálních měření*. 1. vyd. Praha: SPN, 1983, čl. 2.1.4.1a.

Pomůcky

Technické váhy s můstkem, sada závaží, teploměr, kádinka, destilovaná voda, měřený předmět se závěsem.

Postup měření

1. Připevněte samotný závěs na držák misky a do kádinky nalijte destilovanou vodu. Část závěsu bude ponořena ve vodě.
2. Zvažte měřený předmět na misce vah (m).
3. Upevněte předmět na závěs a zvažte jej ve vodě (m_1).
4. Vypočítejte hustotu tělesa ze vztahu (4). Hustotu destilované vody ρ_k za dané teploty určíte stejným způsobem jako v předchozích úkolech.
5. Z tabulek určete, z jaké látky je těleso pravděpodobně vytvořeno a uveďte do závěru protokolu.
6. Určete absolutní a relativní chybu měření hustoty tělesa (jedná se opět o chybu nepřímého měření). Chybu při určování hustoty destilované vody a hustoty suchého vzduchu lze opět zanedbat.

