

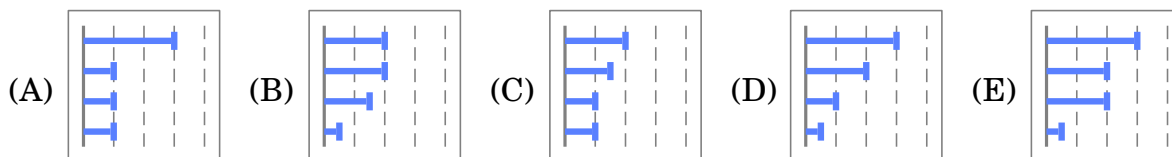
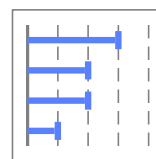


Úlohy za 3 body

1. Běta je starší než Karel a mladší než Lída. Tom je starší než Běta. Kterí dva z nich mohou být stejně staří?

(A) Karel a Tom (B) Tom a Lída (C) Lída a Karel
(D) Běta a Lída (E) Tom a Běta

2. Jindra měl minulý týden na mobilu spuštěné čtyři aplikace, v grafu vpravo vidíte doby spuštění aplikací uspořádané od nejdelší po nejkratší. Tento týden měl Jindra dvě z těchto aplikací spuštěné stejnou dobu, zbývající dvě dobu poloviční. Který z grafů *nemůže* znázorňovat tento týden?

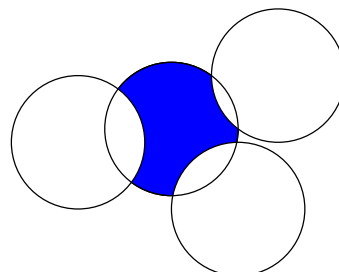


3. Kolik trojmístných přirozených čísel je dělitelných číslem 13?

(A) 68 (B) 69 (C) 70 (D) 76 (E) 77

4. Čtyři shodné kružnice s poloměrem 1 m se protínají jako na obrázku. Určete v metrech obvod tmavě vyznačené oblasti.

(A) π (B) π^2
(C) $\frac{3}{2}\pi$ (D) 2π
(E) číslo z otevřeného intervalu $(\frac{3}{2}\pi, 2\pi)$

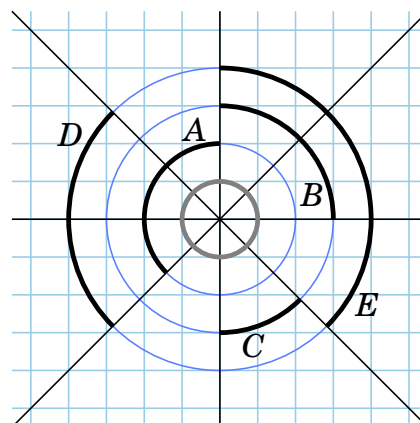


5. Kolik reálných řešení má rovnice $(x - 2)^2 + (x + 2)^2 = 0$?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

6. Čtyři protínající se přímky na obrázku vymezují osm shodných úhlů. Který z černých oblouků má stejnou délku jako malá šedá kružnice uprostřed?

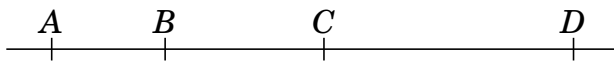
(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E



7. Nechť a, b, c jsou nenulová reálná čísla. Obě čísla $-2a^4b^3c^2$ a $3a^3b^5c^{-4}$ mají stejné znaménko. Která z nerovností jistě platí?

- (A) $ab > 0$ (B) $b < 0$ (C) $c > 0$ (D) $bc > 0$ (E) $a < 0$

8. Michal vyznačil na přímce body A, B, C, D v pořadí jako na obrázku. Vzdálenost bodů A, C je 12 cm a bodů B, D je 18 cm. Určete vzdálenost středů úseček AB a CD .



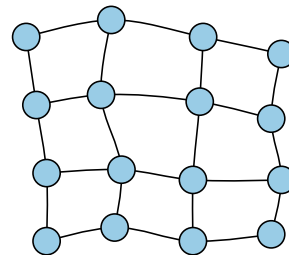
- (A) 6 cm (B) 9 cm (C) 12 cm (D) 15 cm (E) 18 cm

Úlohy za 4 body

9. Najděte největší společný dělitel čísel $2^{2021} + 2^{2022}$ a $3^{2021} + 3^{2022}$.

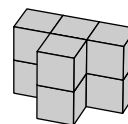
- (A) 2^{2021} (B) 1 (C) 2 (D) 6 (E) 12

10. Na obrázku vidíte mapu oblasti s 16 městy spojenými silnicemi. Samospráva se rozhodla postavit několik elektráren v těchto městech. Každá elektrárna je s to zásobit město, ve kterém stojí, a všechna sousední města s ním spojená silnicí. Určete nejmenší počet elektráren, které se musí postavit, aby byla zásobena všechna města oblasti.



- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

11. Složením které dvojice dílů můžeme dostat těleso vpravo?



- (A) (B) (C) (D) (E)

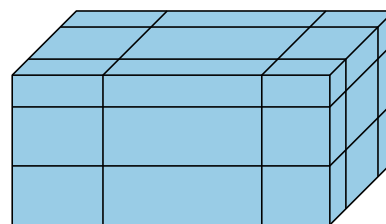
12. Markéta se účastní turnaje pro 8 hráček. Ví, že porazí každou soupeřku kromě Karolíny, která porazí všechny soupeřky. V prvním kole se hráčky náhodně rozdělí do čtyř dvojic. Vítězky každého zápasu postoupí do druhého kola, kde se sehrají dva zápasy, jejichž vítězky postoupí do finále. Určete pravděpodobnost, že se Markéta nedostane do finále.

- (A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{7}$ (D) $\frac{3}{7}$ (E) $\frac{4}{7}$

13. Aritmetický průměr pěti čísel je 24. Přitom aritmetický průměr tří nejmenších je 19 a tří největších je 28. Určete prostřední číslo.

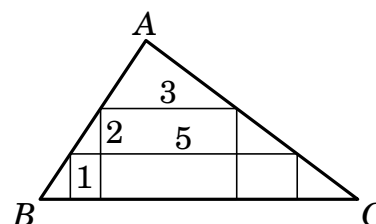
- (A) 20 (B) 21 (C) 22 (D) 23 (E) 24

14. Kvádr s povrchem S je rozřezán šesti rovinami jako na obrázku vpravo. Každá rovina je rovnoběžná s některou jeho stěnou, ale její vzdálenost od této stěny je libovolná. Nyní kvádr rozdělíme na 27 menších částí. Vyjádřete pomocí S součet jejich povrchů.



- (A) $2S$ (B) $\frac{5}{2}S$ (C) $3S$ (D) $4S$ (E) jiný součet

15. Do trojúhelníku vpravo jsou vepsány dva obdélníky o rozměrech $1 \text{ m} \times 5 \text{ m}$ a $2 \text{ m} \times 3 \text{ m}$. Určete v metrech velikost jeho výšky ke straně BC .



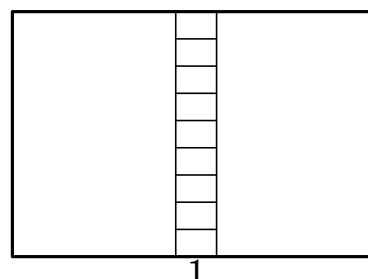
- (A) 3 (B) $\frac{7}{2}$ (C) $\frac{8}{3}$
(D) $\frac{16}{5}$ (E) jiná velikost

16. V kartézské soustavě souřadnic leží kružnice se středem v počátku $[0, 0]$ a poloměrem 5. Kolik bodů s celočíselnými souřadnicemi leží na této kružnici?

- (A) 5 (B) 8 (C) 12 (D) 16 (E) 20

Úlohy za 5 bodů

17. Obdélník na obrázku je rozdělen na 11 menších obdélníků, každý z nich je podobný největšímu obdélníku. Delší strana nejmenších obdélníků měří 1 m. Určete v metrech obvod největšího obdélníku.



- (A) 20 (B) 24 (C) 27 (D) 30 (E) 36

18. Kolik trojmístných čísel se rovná pětinasobku součinu svých číslic?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

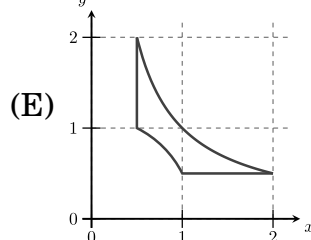
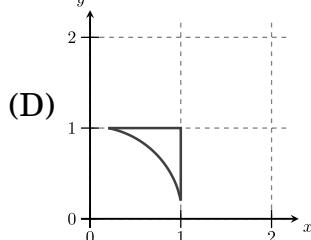
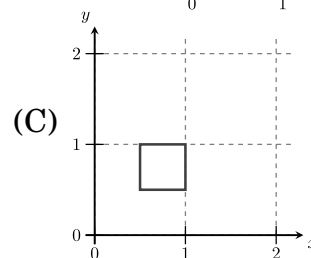
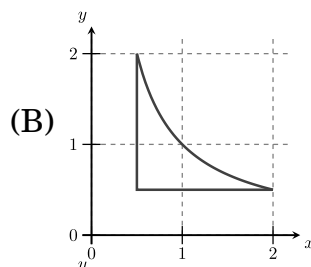
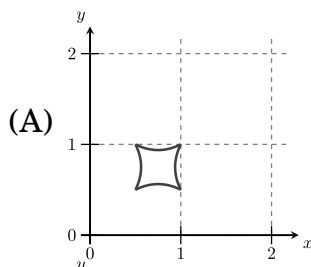
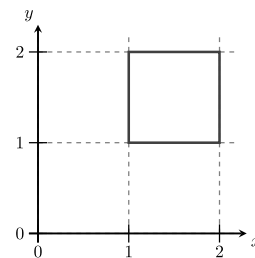
19. Vrcholy 20úhelníku jsou po jednom označeny všemi celými čísly od 1 do 20 tak, že se čísla v sousedních vrcholech liší o 1 nebo o 2. Strany tohoto 20úhelníku, kde se čísla v koncových bodech liší o 1, jsou obarveny červeně. Kolik jich může být?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3
(D) 4 (E) více možností

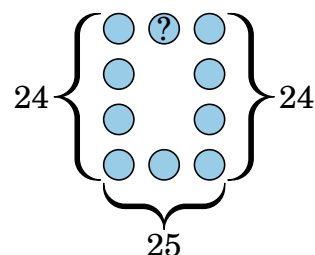
20. Kolik přirozených čísel leží mezi $\sqrt{n^2 + n + 1}$ a $\sqrt{9n^2 + n + 1}$ pro libovolné přirozené číslo n ?

- (A) $n + 1$ (B) $2n - 1$ (C) $2n$ (D) $2n + 1$ (E) $3n$

21. Na obrázku vpravo je v kartézské soustavě souřadnic čtverec s vrcholy $[1, 1]$, $[2, 1]$, $[1, 2]$ a $[2, 2]$. Každý bod $[x, y]$ tohoto čtverce se zobrazí na bod $[\frac{1}{x}, \frac{1}{y}]$. Který z obrazců vznikne?

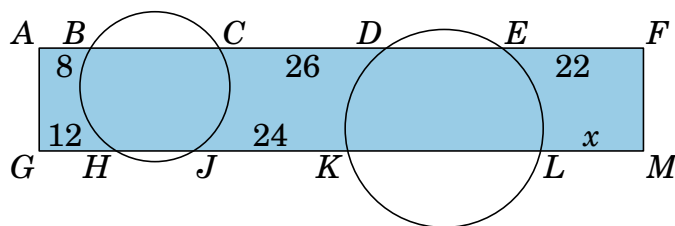


22. Celá čísla od 1 do 10, každé právě jednou, jsou vepsána do kružnic na obrázku. Součet čísel v levém sloupci je 24 stejně jako v pravém sloupci. Součet čísel ve spodní řadě je 25. Které číslo je napsáno uprostřed horní řady?



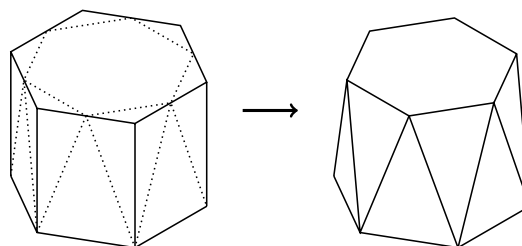
- (A) 2 (B) 4 (C) 5
(D) 6 (E) žádné z předchozích

23. Dvě kružnice protínají obdélník $AFMG$ jako na obrázku. Přitom $|AB| = 8$ m, $|CD| = 26$ m, $|EF| = 22$ m a $|JK| = 24$ m. V metrech určete $|LM|$.



- (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) 18

24. Pravidelný šestiboký hranol byl seříznut dle obrázku. Horní podstavou vzniklého tělesa je pravidelný šestiúhelník s vrcholy ve středech podstavných hran původního hranolu. Jaká část objemu původního hranolu byla seříznuta?



- (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{4\sqrt{3}}$ (D) $\frac{1}{6\sqrt{2}}$ (E) $\frac{1}{6\sqrt{3}}$

Správná řešení soutěžních úloh

STUDENT 2022

Úlohy za 3 body

1 B, 2 E, 3 B, 4 D, 5 A, 6 D, 7 E, 8 D,

Úlohy za 4 body

9 E, 10 B, 11 A, 12 D, 13 B, 14 C, 15 B, 16 C,

Úlohy za 5 bodů

17 D, 18 A, 19 B, 20 C, 21 C, 22 E, 23 C, 24 A.