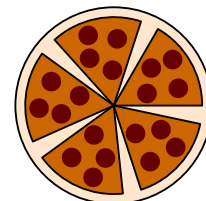


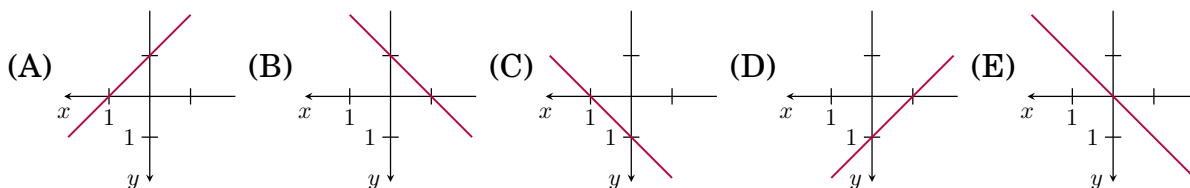
**Úlohy za 3 body**

1. Libor rozkrojil pizzu na šest shodných dílů, jeden snědl a zbylé díly rovnoměrně rozložil dle obrázku. Určete velikost úhlu, který svírají dva sousední díly.

(A) 5° (B) 8° (C) 9° (D) 10° (E) 12°



2. Do kartézské soustavy souřadnic s osami orientovanými doleva a dolů zakreslíme graf funkce $y = x + 1$. Který to je?



3. Eva má falešnou šestistěnnou hrací kostku. Pravděpodobnosti, že na ní padnou čísla 2, 3, 4, 5, jsou $\frac{1}{6}$. Číslo 6 padne s pravděpodobností, která je dvakrát větší než pravděpodobnost, že padne číslo 1. Určete pravděpodobnost, že padne číslo 6.

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{7}{36}$ (D) $\frac{2}{9}$ (E) $\frac{5}{18}$

4. Kterému z následujících čísel je roven součet $16^{15} + 16^{15} + 16^{15} + 16^{15}$?

(A) 16^{19} (B) 4^{31} (C) 4^{60} (D) 16^{60} (E) 4^{122}

5. Na stole stojí 6 sklenic dnem dolů. V každém tahu můžeme převrátit právě čtyři sklenice. Určete nejmenší počet tahů, po kterých mohou všechny sklenice stát dnem nahoru.

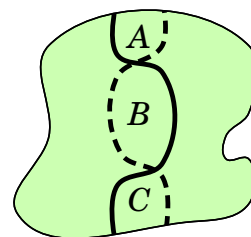
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

6. Jirka začíná číslem 1 a vynásobí jej buď číslem 6, nebo 10. Poté výsledek opět vynásobí číslem 6, nebo 10 a takto pokračuje dále. Které z následujících čísel nemůže získat?

(A) $2^{100}3^{20}5^{80}$ (B) $2^{90}3^{20}5^{80}$ (C) $2^{90}3^{20}5^{70}$ (D) $2^{110}3^{80}5^{30}$ (E) $2^{50}5^{50}$

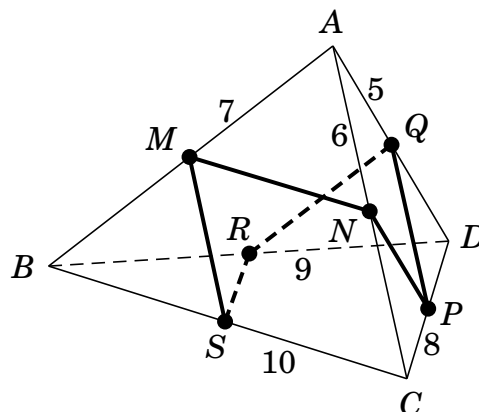
7. Plná i čárkovaná křivka dělí útvar na obrázku na dvě části stejného obsahu. Určete vztah mezi A , B a C .

- (A) $A = C$ (B) $B = A + C$ (C) $B = \frac{1}{2}(A + C)$
 (D) $B = \frac{2}{3}(A + C)$ (E) $B = \frac{3}{5}(A + C)$



8. Hrany čtyřstěnu $ABCD$ mají délky 5, 6, 7, 8, 9 a 10. Body M , N , P , Q , R a S jsou jejich středy dle obrázku. Určete délku uzavřené lomené čáry $MNPQRSM$.

- (A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) 23



Úlohy za 4 body

9. Právě jeden z výroků o jistém přirozeném čísle n je pravdivý. Který?

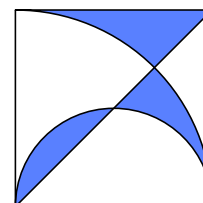
- (A) n je dělitelné 3 (B) n je dělitelné 6 (C) n je liché
 (D) $n = 2$ (E) n je prvočíslo

10. Jan má dostatek černých a bílých krychliček $1 \times 1 \times 1$ a má z nich postavit krychli $3 \times 3 \times 3$ tak, aby polovina jejího povrchu byla bílá a polovina černá. Kolik nejmeně černých krychliček musí použít?

- (A) 14 (B) 13 (C) 12 (D) 11 (E) jiný počet

11. Ve čtverci o straně délky 6 cm jsou některé vrcholy spojeny úhlopříčkou, polokružnicí a čtvrtkružnicí dle obrázku. Určete obsah tmavé části čtverce.

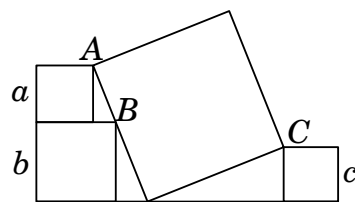
- (A) 9 cm^2 (B) $3\pi \text{ cm}^2$ (C) $(6\pi - 9) \text{ cm}^2$
 (D) $\frac{10\pi}{3} \text{ cm}^2$ (E) 12 cm^2



12. Kolik trojmístných čísel obsahuje aspoň jednu z číslic 1, 2 nebo 3?

- (A) 27 (B) 147 (C) 441 (D) 557 (E) 606

13. Na obrázku jsou čtyři čtverce, menší z nich mají strany délek a , b a c . Vrcholy A a C menších čtverců jsou protějšími vrcholy velkého čtverce. Vrchol B posledního čtverce leží na straně velkého čtverce. Který z výrazů obecně udává délku strany velkého čtverce?

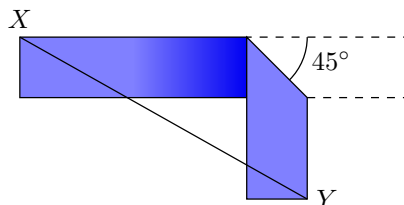


- (A) $\frac{1}{2}(a + b + c)$ (B) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ (C) $\sqrt{(a + b)^2 + c^2}$
 (D) $\sqrt{(b - a)^2 + c^2}$ (E) $\sqrt{a^2 + ab + b^2 + c^2}$

14. Kamil napsal čtyřmístné číslo $N = \overline{pqrs}$. Když umístil desetinnou čárku mezi číslice q a r , dostal desetinné číslo $\overline{pq,rs}$, které bylo aritmetickým průměrem dvojmístných čísel $\overline{pq}$ a $\overline{rs}$. Kterému z čísel se může rovnat ciferný součet čísla N ?

- (A) 14 (B) 18 (C) 21 (D) 25 (E) 27

15. Přeložíme proužek papíru 12 cm dlouhý a 2 cm široký pod úhlem 45° tak, že jeho konce budou svírat pravý úhel jako na obrázku. Určete nejmenší možnou vzdálenost vrcholů X a Y .



- (A) $6\sqrt{2}$ cm (B) $7\sqrt{2}$ cm (C) 8 cm (D) $6 + \sqrt{2}$ cm (E) 10 cm

16. Jarda má šest karet s jedním číslem na každé straně. Dvojice čísel na kartách jsou (5, 12), (3, 11), (0, 16), (7, 8), (4, 14) a (9, 10). Jarda má všechny karty umístit libovolnou stranou v libovolném pořadí na čtverce schématu:

$$\square + \square + \square - \square - \square - \square =$$

Určete nejmenší možnou hodnotu získaného výrazu.

- (A) -23 (B) -24 (C) -25 (D) -26 (E) -27

Úlohy za 5 bodů

17. Dvě svíčky stejné délky byly zapáleny v též moment. První z nich dohořela za 4 hodiny, druhá za 5 hodin, každá z nich ubývala konstantní rychlostí. Kolik hodin uplynulo od zapálení do okamžiku, kdy jedna ze svíček byla třikrát delší než druhá?

- (A) $\frac{40}{11}$ (B) $\frac{45}{12}$ (C) $\frac{63}{20}$ (D) 3 (E) $\frac{47}{14}$

18. Rovnice $ax^2 + bx + c = 0$ a $bx^2 + ax + c = 0$, kde a, b, c jsou navzájem různá nenulová celá čísla, mají stejný kořen. Který z následujících výroků je vždy pravdivý?

- (A) Obě rovnice mají společný kořen 0.
- (B) Rovnice $ax^2 + bx + c = 0$ má právě jeden reálný kořen.
- (C) $a > 0$
- (D) $b < 0$
- (E) $a + b + c = 0$

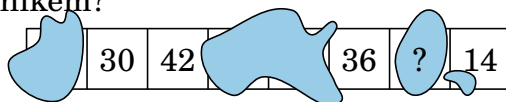
19. Adam má několik dvanáctistěnných hracích kostek se stěnami označenými přírodními čísly od 1 do 12, která padají se stejnou pravděpodobností. Při hodu všemi kostkami současně je pravděpodobnost, že padne právě jedna 12, rovna pravděpodobnosti, že nepadne žádná. Kolik kostek má Adam?

- (A) 8
- (B) 9
- (C) 10
- (D) 11
- (E) 12

20. Pro reálná čísla x, y a z platí $2^x = 3$, $2^y = 7$ a $6^z = 7$. Která z rovností platí pro tato čísla?

- (A) $z = \frac{y}{1+x}$
- (B) $z = \frac{x}{y} + 1$
- (C) $z = \frac{y}{x} + 1$
- (D) $z = \frac{x}{y-1}$
- (E) $z = y - \frac{1}{x}$

21. V každém z osmi čtverců v řadě bylo na počátku číslo 0. V každém kroku jsme vybrali čtyři sousední čtverce a čísla v nich zvětšili o 1. Na obrázku vidíte stav po několika krocích, bohužel některá pole jsou zakryta inkoustem. Které číslo je ve čtverci označeném otazníkem?



- (A) 24
- (B) 30
- (C) 36
- (D) 48
- (E) žádné z předcházejících

22. Funkce $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ vyhovuje pro všechna reálná čísla x rovnici $f(20 - x) = f(22 + x)$. Dále víme, že rovnice $f(x) = 0$ má právě dvě reálná řešení. Kolik je jejich součet?

- (A) -1
- (B) 20
- (C) 21
- (D) 22
- (E) žádný z předcházejících

23. Je dán pravidelný dvanáctiúhelník. Kolik trojúhelníků s alespoň jedním vnitřním úhlem o velikosti 45° má všechny tři vrcholy ve vrcholech tohoto dvanáctiúhelníku?

- (A) 48
- (B) 60
- (C) 72
- (D) 84
- (E) 96

24. Čtyřmístné číslo $\overline{abcd}$ vyhovuje vztahu $\overline{abcd} = a^a + b^b + c^c + d^d$. Určete a .

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 4
- (D) 5
- (E) 6

Správná řešení soutěžních úloh

STUDENT 2024

Úlohy za 3 body

1 E, 2 D, 3 D, 4 B, 5 B, 6 B, 7 B, 8 C,

Úlohy za 4 body

9 C, 10 E, 11 A, 12 E, 13 C, 14 B, 15 B, 16 D,

Úlohy za 5 bodů

17 A, 18 E, 19 D, 20 A, 21 A, 22 E, 23 D, 24 B.