

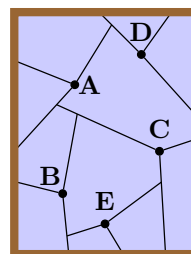


Úlohy za 3 body

1. Letopočet 2025 je druhou mocninou přirozeného čísla, poněvadž $2025 = 45^2$. Po kolika letech bude opět letopočet druhou mocninou přirozeného čísla?

(A) 25 (B) 91 (C) 121 (D) 500 (E) 2025

2. Kid vhodil do okna na obrázku jeden po druhém 5 kamenů, které je zasáhly v bodech A, B, C, D a E . Od místa nárazu každého kamene se rozšířilo několik přímých prasklin končících buď na rámu okna, nebo na předchozí prasklině. V jakém pořadí dopadly kameny na okno?

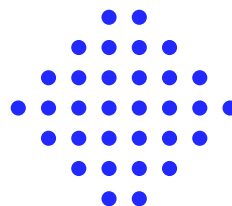
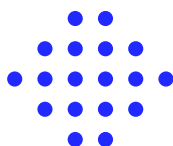


(A) $DACBE$ (B) $ABCDE$ (C) $BDACE$ (D) $BCDAE$ (E) $DCABE$

3. Vašek má 20 míčků, každý jedné z barev: oranžová, zelená, modrá, černá. Mezi nimi 17 není zelených, 15 není černých, 12 není oranžových. Kolik míčků je modrých?

(A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 4 (E) 3

4. Připsáním teček okolo prvního útvaru na obrázku vznikne druhý. Z něj stejným způsobem vznikne třetí a tak dále. Z kolika teček se skládá pátý útvar?



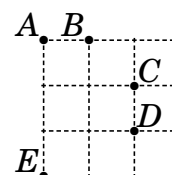
(A) 72 (B) 74 (C) 76 (D) 78 (E) 80

5. Silva kupovala své oblíbené čokoládové tyčinky v balení po pěti kusech. Nově balení obsahuje čtyři tyčinky, ale prodává se za původní cenu. O kolik zdražila jedna tyčinka?

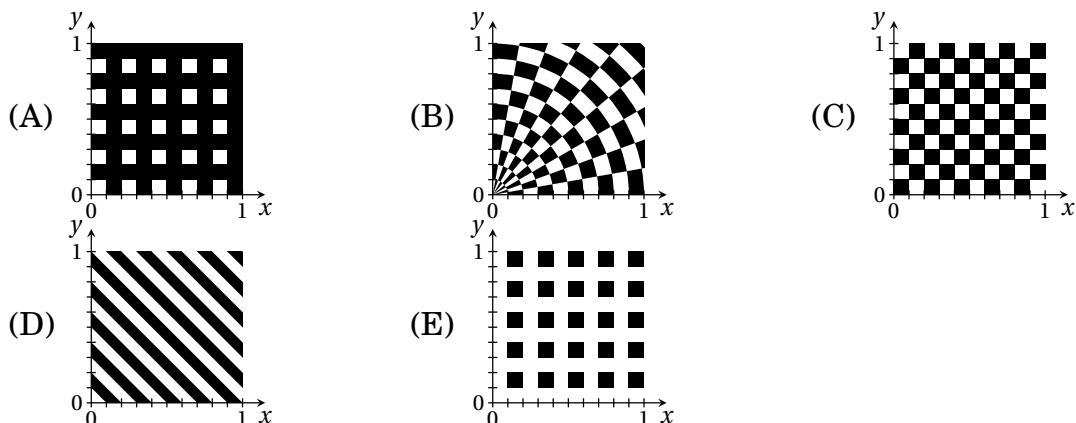
(A) o 10 % (B) o 20 % (C) o 25 % (D) o 30 % (E) o 50 %

6. Který z mřížových bodů A, B, C, D, E musíme smazat, aby vzdálenosti mezi každými dvěma ze zbývajících čtyř bodů byly navzájem různé?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E



7. Některé body oblasti $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$ v soustavě souřadnic jsou vyznačeny černě. Bod (x, y) je černý, právě když desítkový zápis obou čísel x, y má lichou první číslici za desetinnou čárkou. Která je to oblast?

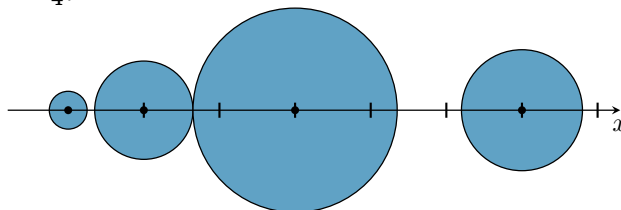


8. Pětimístné číslo $\overline{N18NN}$ je dělitelné 18. Který z následujících výroků platí?

- (A) Existuje právě jedna vyhovující číslice N .
- (B) Existují právě dvě vyhovující číslice N .
- (C) Existují právě tři vyhovující číslice N .
- (D) Existují více než tři vyhovující číslice N .
- (E) Žádná taková číslice N neexistuje.

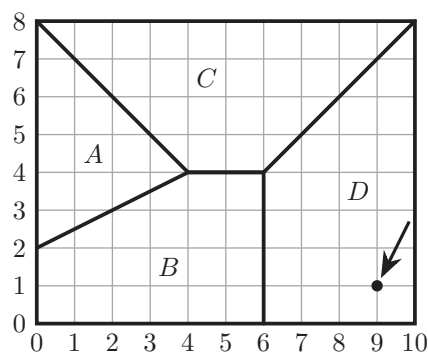
Úlohy za 4 body

9. Čtyři kruhy s kladnými poloměry r_1, r_2, r_3 a r_4 mají po řadě středy $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(3, 0)$ a $(6, 0)$. Kruhy se mohou dotýkat, nesmí se však překrývat. Určete největší možnou hodnotu $r_1 + r_2 + r_3 + r_4$.



- (A) 3
- (B) 4
- (C) 5
- (D) 6
- (E) není shora omezená

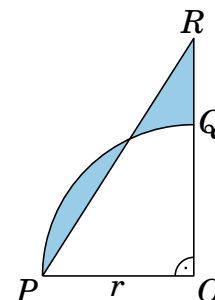
10. Ve městě jsou čtyři školy. Ke každé škole byla vytvořena spádová oblast tak, že z žádného jejího bodu není blíže k jiné škole než ke škole v této oblasti. Tyto oblasti jsou na plánu označeny A, B, C, D . Škola v oblasti D má souřadnice $(9, 1)$. Jaké souřadnice má škola v oblasti A ?



- (A) $(0, 4)$ (B) $(1, 4)$ (C) $(1, 5)$ (D) $(1, 6)$ (E) $(2, 4)$

11. Na obrázku je čtvrtkruh OPQ a pravoúhlý trojúhelník OPR . Tmavě vyznačené oblasti mají stejné obsahy. Určete délku odvěsny OR .

(A) $\frac{\pi r}{2}$ (B) $\frac{3r}{2}$ (C) πr (D) $\frac{2}{\pi}$ (E) $\frac{\pi}{2r}$



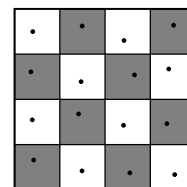
12. Mezi 10 různými přirozenými čísly je právě pět dělitelných pěti a právě sedm dělitelných sedmi. Určete nejmenší možnou hodnotu největšího z nich.

(A) 63 (B) 75 (C) 77 (D) 105 (E) jiné číslo

13. Najděte nejmenší kladné celé číslo N , pro které je $\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{N}}}$ též celé číslo.

(A) $2^{12} \cdot 3^6$ (B) $2^4 \cdot 3^{14}$ (C) $2^4 \cdot 3^6 \cdot 5^8$
(D) $2^4 \cdot 3^2$ (E) žádné z předcházejících

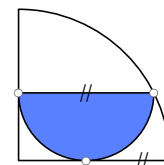
14. Na počátku stojí v každém poli velké šachovnice 4×4 jeden klokan. Po každém tlesknutí každý z nich skočí na stranou sousedící pole šachovnice (nahoru, dolů, vlevo, vpravo, ale ne diagonálně). Po tlesknutí může na jednom poli být více klokanů (přitom všech 16 stojí na šachovnici). Určete největší možný počet prázdných polí po 100 tlesknutích.



(A) 15 (B) 14 (C) 13 (D) 12 (E) 11

15. Obsah tmavého půlkruhu na obrázku je 12 cm^2 . Určete obsah velkého čtvrtkruhu, který se jej dotýká.

(A) 42 cm^2 (B) 36 cm^2 (C) 32 cm^2 (D) 30 cm^2 (E) 25 cm^2



16. Než babička začala plést vlněné ponožky, měla klubko příze tvaru koule s průměrem 30 cm. Po dokončení 70 ponožek má klubko průměr 15 cm. Kolik ponožek z něj babička může ještě uplést?

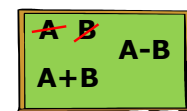
(A) 70 (B) 50 (C) 30 (D) 20 (E) 10



Úlohy za 5 bodů

17. Žák má na tabuli napsána dvě čísla. V každém kroku zapíše jejich součet a nezáporný rozdíl, původní čísla pak smaže. Která čísla bude mít na tabuli po 50 krocích, pokud začne s čísly 3 a 5?

(A) $3 \cdot 2^{25}$ a $5 \cdot 2^{25}$ (B) $2 \cdot 3^{25}$ a $2 \cdot 5^{25}$ (C) 3^{50} a 5^{50}
(D) 3^{25} a 5^{25} (E) jiná



18. Honza napíše na tabuli libovolné dvojmístné číslo. Poté smaže jeho poslední číslici, čímž jej zmenší o $p\%$. Které z následujících čísel je nejbližší k největší možné hodnotě p ?

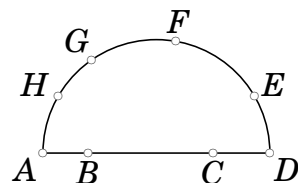
(A) 10 (B) 50 (C) 90 (D) 95 (E) 99

19. Julie spolu se svou mladší sestrou Pavlou vyrazily na cyklovýlet. Obě jely po stejné trase konstantní rychlostí: Julie 18 km/h, Pavla 12 km/h. Julie se po 20 minutách cítila unavená, otočila se a jela zpět. Když potkala Pavlu, řekla jí, ať se také otočí, a obě vyrazily zpět svou rychlostí. Kolik minut po návratu Julie přijela Pavla?

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 15

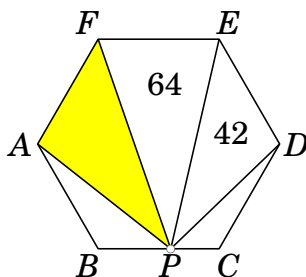
20. Na polokružnici s průměrem AD leží body E, F, G a H . Body B a C leží na průměru AD . Kolik trojúhelníků má všechny své vrcholy ve třech z těchto osmi bodů?

(A) 15 (B) 50 (C) 51 (D) 52 (E) 56



21. Na straně BC pravidelného šestiúhelníku $ABCDEF$ leží bod P . Trojúhelníky PEF a PDE mají po řadě obsahy 64 a 42. Určete obsah trojúhelníku APF .

(A) 53 (B) 54 (C) 56 (D) 60 (E) 64



22. Každá ze tří krabic obsahuje tři jednobarevné koule. Na víkách byly napsány jejich barvy. Nyní jsou víka zaměněna tak, že žádné z nich neleží na správné krabici.

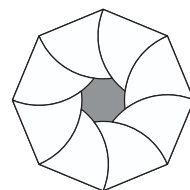


Při každém pokusu Michal vybere jednu krabici a náhodně z ní vytáhne jednu kouli. Podívá se na její barvu a nevrátí ji zpět. Určete nejmenší možný počet koulí, které musí Michal vytáhnout, aby s jistotou znal obsah každé krabice.

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

23. Na obrázku je pravidelný osmiúhelník se stranou délky 1. Nakreslené oblouky mají středy ve vrcholech osmiúhelníku a poloměry 1. Určete obvod tmavého obrazce.

(A) π (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) $\frac{8\pi}{9}$ (D) $\frac{4\pi}{5}$ (E) $\frac{3\pi}{4}$



24. Petra napsala do každého pole tabulky 7×10 jedno číslo. Přitom součet všech čísel v každém obdélníku 3×4 či 4×3 je nula. Na obrázku vidíte dvě z těchto čísel. Určete součet všech čísel v tabulce.

(A) -5 (B) -20
(C) -25 (D) -45
(E) Není možno jednoznačně určit.

Správná řešení soutěžních úloh

STUDENT 2025

Úlohy za 3 body

1 B, 2 A, 3 D, 4 A, 5 C, 6 D, 7 E, 8 A,

Úlohy za 4 body

9 B, 10 C, 11 A, 12 E, 13 E, 14 B, 15 D, 16 E,

Úlohy za 5 bodů

17 A, 18 D, 19 C, 20 D, 21 B, 22 C, 23 B, 24 D.